



TU Clausthal

**Entwicklung eines neuen analytischen Verfahrens
zur Berechnung des Grundbruchwiderstands von
unbewehrten und bewehrten Gründungspolstern**

DISSERTATION

**zur Erlangung des Doktorgrades der
Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)**

**vorgelegt von
M.Sc. Chuantao Chen
aus Chengdu**

**genehmigt von der Fakultät für Energie- und
Wirtschaftswissenschaften der Technische Universität
Clausthal**

Clausthal-Zellerfeld 2018

Chuantao Chen

**Entwicklung eines neuen analytischen Verfahrens zur Berechnung des
Grundbruchwiderstands von unbewehrten und bewehrten Gründungspolstern**

Dissertation, Technische Universität Clausthal, 2018

Mitglieder der Promotionskommission:

Prof. Dr. rer. nat. habil. Bernd Lehmann (Dekan/Vorsitzender)

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Norbert Meyer (Hauptberichterstatter)

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Eugen Perau (Mitberichterstatter)

Eidesstattliche Erklärung

Vor- und Nachname: Chuantao Chen

Geburtsdatum: 22.05.1987

Geburtsort: Chengdu, China

Hiermit versichere ich an Eides statt,

dass ich die eingereichte Dissertation selbständig und ohne unzulässige fremde Hilfe verfasst, andere als die in ihr angegebene Literatur nicht benutzt und dass ich alle ganz oder annähernd übernommenen Textstellen sowie verwendete Grafiken, Tabellen und Auswertungsprogramme kenntlich gemacht habe. Außerdem versichere ich, dass die Abhandlung in dieser oder ähnlicher Form noch nicht anderweitig als Promotionsleistung vorgelegt und bewertet wurde.

Unterschrift

Ort, Datum

Kurzfassung

Zum Bau auf weichem, geringtragfähigem Untergrund haben sich in den letzten Jahrzehnten sogenannte bewehrte Gründungspolster etabliert. Hierbei wird zunächst der weiche Untergrund in einem lokal begrenzten Bereich durch tragfähiges und steifes Bodenmaterial wie Sand oder Kies ersetzt. Zur weiteren Verbesserung der Eigenschaften des Polsters und zur Minimierung des Bodenaustauschs kommen zusätzlich Geokunststoffe, z. B. Geogitter, als Bewehrung zur Anwendung. Dadurch wird die Setzung des Fundamentes (Gebrauchstauglichkeit) reduziert und der Grundbruchwiderstand (Tragfähigkeit) erhöht. Die Berechnung des Grundbruchwiderstands spielt eine wichtige Rolle für das Design eines Gründungspolsters, jedoch existiert ein allgemeingültiges analytisches Berechnungsverfahren zur Bestimmung des Grundbruchwiderstands von bewehrten und unbewehrten Gründungspolstern bisher nicht.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird ein neuer analytischer Berechnungsansatz zur Bestimmung des Grundbruchwiderstands einer Flachgründung auf dem bewehrten und unbewehrten Gründungspolster entwickelt. Die Bestimmung des Grundbruchwiderstands erfolgt grundsätzlich mittels der Ableitung nach dem Kraftgleichgewicht und dem Momentengleichgewicht der kinematisch zulässigen maßgebenden Bruchbedingungen. Zuerst wird ein neues analytisches Berechnungsverfahren des Grundbruchwiderstands bei homogenen Untergrundverhältnissen entweder durch die Summierung der Widerstände aus den drei Parametern (Einbindetiefe, Kohäsion und Bodeneigengewicht) mit ihrem jeweils ungünstigsten Bruchmechanismus (Kriterium ‚Individuelles Minimum‘) oder mit einem einheitlichen Bruchmechanismus (Kriterium ‚Globales Minimum‘) entwickelt. Danach werden zwei Bruchmechanismen, nämlich *GP-I* und *GP-II* zur Bestimmung des Grundbruchwiderstandes unter Berücksichtigung der Geometrie des unbewehrten Gründungspolsters entwickelt. Es wird ein neues analytisches Verfahren zur Bestimmung der Erhöhung des Grundbruchwiderstands eines bewehrten Gründungspolsters infolge der Bewehrung unter Anwendung des Bruchmechanismus des unbewehrten Gründungspolsters (*GP-I* oder *GP-II*) vorgestellt.

Abschließend wurden sowohl die Grundbruchwiderstände als auch die maßgebenden Bruchmechanismen der analytischen Berechnungsansätze mithilfe der Ergebnisse aus den numerischen Berechnungen validiert. Zusammenfassend kann die Berechnung des Grundbruchwiderstands des homogenen Untergrunds sowie des unbewehrten und bewehrten Gründungspolsters mit den in der vorliegenden Arbeit entwickelten Berechnungsansätzen durchgeführt werden.

Abstract

The so-called reinforced foundation pads have been used in recent decades for constructions on soft, low-bearing underground. Here, the soft underground is firstly replaced in a localized area by stiffness soil materials such as gravel. To further improve the properties of the foundation pad and to minimize the exchange quantity of soil, the geosynthetics e.g. geogrid, are used as reinforcement. Thus, the settlement of the foundation (Serviceability Limit State – SLS) will be reduced and the bearing capacity (Ultimate Limit State – ULS) will be increased. The determination of the bearing capacity is one of the most important subject for the foundation pad design, however, a generally valid analytical approach to calculate the bearing capacity of reinforced and unreinforced foundation pads is not available yet.

In the present work, a new analytical approach to determine the bearing capacity of a shallow foundation on the reinforced and unreinforced foundation pads is developed. The bearing capacity is obtained using the limit equilibrium method with a kinematical admissible failure mechanism. Firstly, a new analytical approach either with the summary of the resistance of the three parameters (surcharge, cohesion and soil weight) by their own failure mechanism (criterion 'Individual Minimum') or with on single failure mechanism (criterion 'Global Minimum') to calculate the bearing capacity of homogeneous underground is developed. After that, two failure mechanisms, namely *GP-I* and *GP-II*, are developed for the calculation of the bearing capacity of unreinforced foundation pads with different geometrical conditions. A new analytical method to calculate the bearing capacity increment of the reinforced foundation pad due to the reinforcement using the failure mechanism of the unreinforced foundation pad (*GP-I* or *GP-II*) is also presented.

Finally, both of the bearing capacities and the relevant failure mechanisms obtained with the analytical approaches were validated using the results of the numerical methods. In summary, the bearing capacity of a shallow foundation on the homogeneous underground as well as the unreinforced and reinforced foundation pads can be determined with the in the present work developed approaches.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	I
Abstract	II
Inhaltsverzeichnis	III
1 Einleitung	1
1.1 Aufgabenstellung und Zielsetzung.....	2
1.2 Gliederung der Arbeit	3
2 Bisheriger Kenntnisstand	4
2.1 Einleitung	4
2.2 Allgemeiner Grundbruch	4
2.3 Analytische Berechnungsverfahren für homogenen Untergrund.....	6
2.3.1 Grundbruchtheorie nach Prandtl.....	7
2.3.2 Grundbruchtheorie nach Terzaghi	9
2.3.2.1 Berechnung des N_q nach Terzaghi	10
2.3.2.2 Berechnung des N_c nach Terzaghi	12
2.3.2.3 Berechnung des N_γ nach Terzaghi	13
2.3.2.4 Gesamter Grundbruchwiderstand nach Terzaghi	15
2.3.3 Grundbruchtheorie nach Meyerhof	15
2.3.3.1 Berechnung der N_c und N_q nach Meyerhof.....	16
2.3.3.2 Berechnung des N_γ nach Meyerhof	19
2.3.4 Andere Grundbruchtheorien	20
2.3.4.1 Grundbruchtheorie nach Lundgren und Mortensen	20
2.3.4.2 Grundbruchtheorie nach Michalowski.....	22
2.3.5 Normierung zur Berechnung des Grundbruchwiderstands	23
2.4 Analytische Berechnungsverfahren für inhomogenem Untergrund	24
2.4.1 Berechnungsverfahren nach Meyerhof und Hanna	25

2.4.2	Berechnungsverfahren nach DIN 4017	26
2.4.3	Berechnungsverfahren nach EBGEO	28
2.5	Analytische Berechnungsverfahren für bewehrten Untergrund	29
2.5.1	Berechnungsverfahren nach Michalowski	29
2.5.2	Berechnungsverfahren nach Chen	31
2.5.3	Berechnungsverfahren nach EBGEO	35
2.6	Berechnung des Grundbruchwiderstands mit numerischen Verfahren	37
2.6.1	Finite-Elemente-Methode (FEM)	37
2.6.2	Kinematische-Elemente-Methode (KEM)	38
2.7	Fazit und Forschungsbedarf	39
3	Theoretische Grundlagen	43
3.1	Einleitung	43
3.2	Grundlagen und Methodik zum analytischen Modell	43
3.2.1	Bodenmechanische Grundlagen	43
3.2.1.1	Mohr-Coulomb'sches Bruchkriterium	43
3.2.1.2	Grenzwertsätze der Plastizitätstheorie	44
3.2.1.3	Grenzgleichgewichtsmethode	45
3.2.2	Kinematisch zulässiger Starrkörper-Bruchmechanismus	45
3.2.3	Untersuchung des ungünstigsten Bruchmechanismus	48
3.3	Numerische Verfahren	49
3.3.1	FEM	49
3.3.1.1	Mohr-Coulomb Stoffmodell	49
3.3.1.2	Bodenparameter	50
3.3.1.3	Axialsymmetrisches Berechnungsmodell	51
3.3.1.4	Darstellung der Berechnungsergebnisse mit PLAXIS 2D (FEM)	52
3.3.2	KEM	54
3.3.2.1	Bodenparameter	54

3.3.2.2	Berechnungsmodell und Optimierungsprozess	54
3.3.2.3	Darstellung der Berechnungsergebnisse mit FIDES-GeoStability (KEM) ..	55
3.4	Methodik zur Verifizierung der analytischen Ansätze	56
4	Analytischer Ansatz für homogenen Untergrund	57
4.1	Bestimmung des Bruchmechanismus	57
4.2	Untersuchung der Tragfähigkeitsbeiwerte nach dem Kriterium ‚Individuelles Minimum‘	59
4.2.1	Tragfähigkeitsbeiwert infolge der Einbindetiefe N_d	59
4.2.2	Tragfähigkeitsbeiwert infolge der Kohäsion N_c	62
4.2.3	Tragfähigkeitsbeiwert infolge des Bodeneigengewichts N_b	65
4.3	Untersuchung der Grundbruchwiderstände nach dem Kriterium ‚Globales Minimum‘	72
4.4	Vergleich des analytischen Ansatzes mit den numerischen Verfahren	76
4.4.1	Vergleich des Berechnungsansatzes nach dem Kriterium ‚Individuelles Minimum‘	76
4.4.2	Vergleich des Berechnungsansatzes nach dem Kriterium ‚Globales Minimum‘ ..	80
4.5	Fazit	83
5	Analytischer Ansatz für Gründungspolster	84
5.1	Bruchmechanismen des Gründungspolsters	84
5.1.1	Bruchmechanismus $GP-I$	84
5.1.1.1	Grundbruchwiderstand infolge der Einbindetiefe nach $GP-I$	86
5.1.1.2	Grundbruchwiderstand infolge der Kohäsion nach $GP-I$	92
5.1.1.3	Grundbruchwiderstand infolge des Eigengewichts nach $GP-I$	95
5.1.2	Bruchmechanismus $GP-II$	103
5.1.2.1	Grundbruchwiderstand infolge der Einbindetiefe nach $GP-II$	105
5.1.2.2	Grundbruchwiderstand infolge der Kohäsion nach $GP-II$	109
5.1.2.3	Grundbruchwiderstand infolge des Eigengewichts nach $GP-II$	112

5.2	Gesamter Grundbruchwiderstand des Gründungspolsters	117
5.3	Vergleich des neuen analytischen Ansatzes mit vorhandenen Verfahren.....	119
5.4	Vergleich des neuen analytischen Ansatzes mit der FEM-Berechnung	122
5.5	Fazit	132
6	Analytischer Ansatz für bewehrte Gründungspolster.....	133
6.1	Analytischer Berechnungsansatz für die Bewehrung	133
6.1.1	Bewehrung im aktiven Gleitkeil	135
6.1.2	Bewehrung in der Übergangszone	138
6.2	Vergleich der Tragfähigkeitserhöhung ΔQ_t nach der FEM und dem analytischen Verfahren.....	140
6.3	Fazit	145
7	Zusammenfassung und Ausblick.....	147
8	Literaturverzeichnis.....	150
Anhang I	Einfluss des E-Modules und der Querdehnungszahl bei der FEM-Berechnung	155
Anhang II	Geometrie der logarithmischen Spirale	156
Anhang III	„Globales Minimum“ für verschiedene φ.....	158
Anhang IV	Abweichung zwischen R_{GM}, $R_{S,DIN\ 4017}$, R_{FEM} und R_{KEM} für homogenen Untergrund mit verschiedenen Reibungswinkeln.....	166
Anhang V	Grundbruchwiderstand des Gründungspolsters nach dem analytischen Verfahren	171
Anhang VI	Fallbeispiel	173
Anhang VII	Verzeichnis der verwendeten Kurzzeichen.....	178

1 Einleitung

Bauen auf weichem, geringtragfähigem Untergrund gewinnt aufgrund der Verknappung von natürlich gewachsenem, tragfähigem Bauland immer mehr an Bedeutung. Oftmals ist z. B. die Flachgründung der Streifenfundamente oder einzelner Fundamente direkt auf weichem Untergrund wegen der unzureichenden Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit nicht sicher. Eine Möglichkeit der Baugrundverbesserung ist der Bodenaustausch. Hier wird der vorhandene wenig tragfähige Boden unterhalb des Fundaments in einem lokal begrenzten Bereich durch tragfähiges Bodenmaterial wie Sand oder Kies ersetzt. Dadurch erhöht sich die gesamte Tragfähigkeit des Untergrundes. Man spricht hier auch von einem Gründungspolster (Abbildung 1.1). Die Abmessungen des Bodenaustauschs werden so gewählt, dass eine Lastausbreitung innerhalb des Gründungspolsters möglich ist.

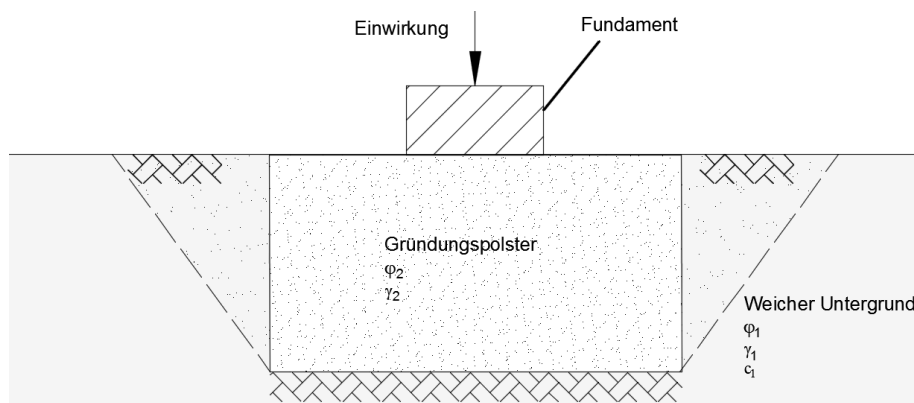


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung eines Gründungspolsters

Zur weiteren Verbesserung der Eigenschaften des Polsters und zur Minimierung des Bodenaustauschs können zusätzlich Geokunststoffe, z. B. Geogitter, als Bewehrung eingelegt werden. Dadurch wird die Setzung des Fundamentes (Gebrauchstauglichkeit) reduziert und der Grundbruchwiderstand (Tragfähigkeit) erhöht. Um ein wirtschaftlich und technisch optimales Design für ein Gründungspolster zu entwickeln, ist ein analytisches Berechnungsverfahren zur Bestimmung der Tragfähigkeit bzw. zur Berechnung des Grundbruchwiderstands von bewehrten und unbewehrten Gründungspolstern notwendig. Bisher erfolgte die Berechnung des Grundbruchwiderstands von bewehrten Gründungspolstern in Deutschland gemäß der „Empfehlung für den Entwurf und die Berechnung von Erdkörpern mit Bewehrung aus Geokunststoffen“ (EBGEO) (2009). Dieses Verfahren wird in der zukünftigen Überarbeitung der EBGEO (2009) nicht mehr enthalten sein. Grundsätzlich erfolgt die analytische Berechnung des Grundbruchwiderstands eines Fundamentes nach dem maßgebenden Bruchmechanismus. Ein allgemeingültiger Bruchmechanismus für Gründungspolster existiert bisher nicht. Die Bestimmung des Bruchmechanismus für Gründungspolster durch eine Weiterentwicklung des genormten

Verfahrens nach DIN 4017 (2006) ist nicht möglich, da der Tragfähigkeitsbeiwert infolge des Eigengewichts (N_b) für den homogenen Untergrund nicht anhand mathematischer und mechanischer Ansätze, sondern mittels einer empirischen Gleichung aus den Ergebnissen von großmaßstäblichen Versuchen ermittelt wurde. Die analytische Berechnung der Grundbruchwiderstandserhöhung eines bewehrten Gründungspolsters infolge der Bewehrung kann allerdings mittels eines maßgebenden Bruchmechanismus erfolgen. Diese Lücke zur Bestimmung des maßgebenden Bruchmechanismus bzw. zur Berechnung des Grundbruchwiderstands von Gründungspolstern soll geschlossen werden. Ziel der vorliegenden Arbeit ist demnach die Entwicklung eines allgemeingültigen analytischen Berechnungsverfahrens zur Bestimmung des Grundbruchwiderstands von bewehrten und unbewehrten Gründungspolstern unter lotrechter Beanspruchung.

1.1 Aufgabenstellung und Zielsetzung

Im Vordergrund der vorliegenden Arbeit stehen dabei die Beschreibung eines kinematisch zulässigen Bruchmechanismus und des zugehörigen analytischen Berechnungsmodells. Zu Beginn der Arbeit wird ein Berechnungsansatz für den Grundbruchwiderstand eines homogenen Untergrunds entwickelt und mithilfe numerischer Methoden – der Finite-Elemente-Methode (FEM) und der Kinematische-Elemente-Methode (KEM) – verifiziert. Die Entwicklung des Berechnungsansatzes für unbewehrte Gründungspolster erfolgt mittels der Erweiterung des Verfahrens für den homogenen Untergrund. Abschließend wird der Einfluss der Bewehrung mit dem maßgebenden Bruchmechanismus des unbewehrten Gründungspolsters berechnet. Folgende Teilziele werden verfolgt:

- Die zusammenfassende Darstellung der derzeitig vorhandenen analytischen Verfahren zur Berechnung des Grundbruchwiderstands des homogenen, inhomogenen und bewehrten Untergrunds sowie die Vorstellung der Nutzung von numerischen Verfahren (FEM und KEM) zur Ermittlung des Grundbruchwiderstands.
- Die Beschreibung eines kinematisch zulässigen Bruchmechanismus einer Flachgründung auf homogenem Untergrund, die Entwicklung eines analytischen Ansatzes zur Berechnung des Grundbruchwiderstands mit zugehörigem Bruchmechanismus sowie die Verifizierung des neuen Berechnungsmodells durch numerische Verfahren (FEM und KEM).
- Die Entwicklung eines analytischen Verfahrens zur Berechnung des unbewehrten Gründungspolsters unter Berücksichtigung der Geometrie des Gründungspolsters mit Verifizierung durch FEM-Berechnung.
- Die Entwicklung eines analytischen Verfahrens zur Berechnung der Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge der Geokunststoffbewehrung für bewehrte Gründungspolster und der Vergleich der Ergebnisse mittels FEM-Berechnung.

1.2 Gliederung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in sechs Kernbereiche: Zu Beginn wird in Kapitel 2 eine zusammenfassende Literaturrecherche zum bisherigen Kenntnisstand über die analytischen Verfahren zur Berechnung des Grundbruchwiderstand bei homogenem, inhomogenem und bewehrtem Untergrund vorgestellt. Dabei wird auf verschiedene Verfahren zur Berechnung des Grundbruchwiderstands bei homogenen Untergrundverhältnissen mit der konventionellen Superpositionsmethode nach Terzaghi (1943) und auf die Ansätze zur Berechnung von geschichteten Böden und des Gründungspolsters (inhomogener Untergrund) eingegangen. Zusätzlich werden analytische Verfahren zur Bestimmung der Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge der Geokunststoffbewehrung vorgestellt. Die Nutzung numerischer Verfahren (FEM und KEM) bei Berechnung des Grundbruchwiderstands wird beschrieben. Anschließend erfolgt eine umfassende Auswertung der in Kapitel 2 vorgestellten analytischen Verfahren. Die hieraus gewonnenen Erkenntnisse werden bei der Entwicklung des eigenen Berechnungsansatzes berücksichtigt. Der Aufbau eines kinematisch zulässigen Starrkörper-Bruchmechanismus nach der Plastizitätstheorie wird in Kapitel 3 detailliert beschrieben. Das zur numerischen Berechnung verwendete Stoffmodell wird vorgestellt.

Ein neues analytisches Berechnungsverfahren zur Ermittlung des Grundbruchwiderstands bei homogenen Untergrundverhältnissen wird in Kapitel 4 entwickelt. Dabei kann der gesamte Grundbruchwiderstand entweder durch die Summierung der Widerstände aus den drei Parametern (Einbindetiefe, Kohäsion und Bodeneigengewicht) mit ihren individuellen ungünstigsten Bruchmechanismus (Kriterium ‚Individuelles Minimum‘) oder mit einem einheitlichen Bruchmechanismus (Kriterium ‚Globales Minimum‘) ermittelt werden. Das neue Verfahren wird anschließend mithilfe der numerischen Verfahren (FEM und KEM) verifiziert. Kapitel 5 beinhaltet die detaillierte Beschreibung der Entwicklung des analytischen Ansatzes zur Berechnung des Grundbruchwiderstands unter Berücksichtigung der Geometrie und Bodenparameter von unbewehrten Gründungspolstern. Die Verifizierung des neuen Berechnungsansatzes erfolgt durch Vergleiche des Grundbruchwiderstands sowie der Bruchmechanismen mit den Ergebnissen der FEM-Berechnungen. Ein neuer Berechnungsansatz zum Grundbruchwiderstand für bewehrte Gründungspolster wird in Kapitel 6 vorgestellt. Die Erhöhung des Grundbruchwiderstands durch die Bewehrung wird mit der FEM-Berechnung verglichen.

Eine Zusammenfassung des neu entwickelten Berechnungsansatzes für homogene Untergrundverhältnisse, unbewehrte und bewehrte Gründungspolster sowie ein Ausblick auf mögliche weiterführende Forschung bilden den Abschluss der Arbeit.

2 Bisheriger Kenntnisstand

2.1 Einleitung

Ein Überblick über das klassische Nachweiskonzept der Standsicherheit von Flach- und Flächengründungen gemäß Eurocode 7 bzw. DIN EN 1997-1 (2014) ist Abbildung 2.1 zu entnehmen. Der Nachweis der Grundbruchsicherheit ist ein Hauptbestandteil der Beurteilung des Grenzzustandes der Tragfähigkeit.

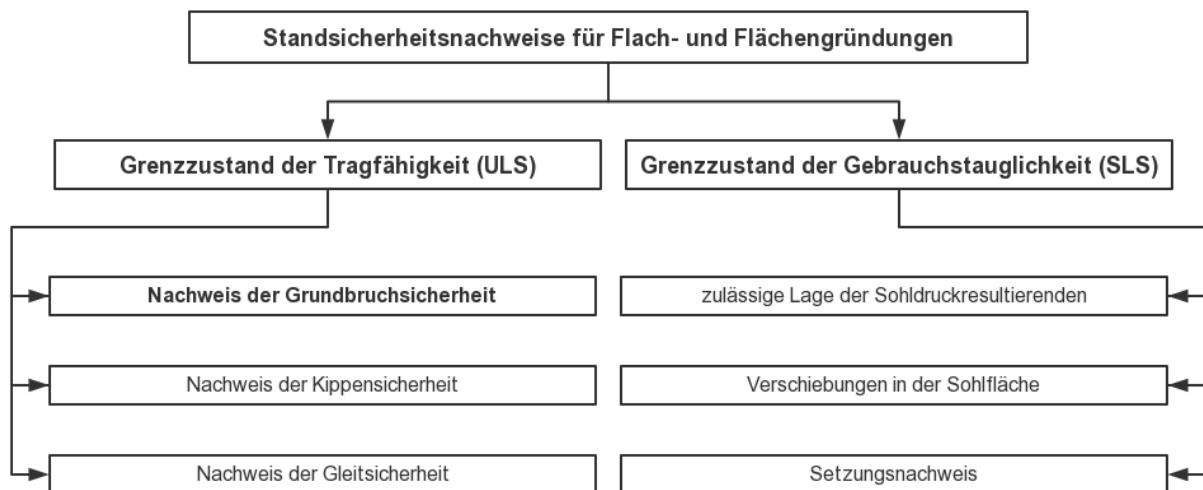


Abbildung 2.1: Standsicherheitsnachweise für Flach- und Flächengründungen nach Eurocode 7 (DIN EN 1997-1, 2014), aus Kempfert und Raithel (2012b)

Im folgenden Kapitel wird der bisherige Kenntnisstand zur Bestimmung des charakteristischen Grundbruchwiderstands (Nachweis der Grundbruchsicherheit) von Flachgründungen auf homogenem und inhomogenem Untergrund inklusive des Einflusses von Bewehrungsanlagen zusammengefasst. Der Schwerpunkt der Literaturrecherche wurde dabei in Hinblick auf die Aufgabestellung dieser Arbeit auf eine umfassende Darlegung der analytischen Berechnungsansätze inklusive Bruchmechanismen und Berechnungen des Grundbruchwiderstands mittels numerischer Verfahren gelegt.

2.2 Allgemeiner Grundbruch

Je nach Eigenschaft des Untergrunds und geometrischen Bedingungen des Fundamentes ergeben sich drei verschiedene Versagenstypen für Flachgründungen. In Abbildung 2.2 werden diese drei Versagensmechanismen und die zugehörigen Last-Setzungskurven schematisch dargestellt. Wenn der Untergrund aus dicht gelagertem Boden besteht, trifft eine durchgehende Scherfläche (klassischer Grundbruch, Abbildung 2.2 a)) von der Sohle des Fundamentes bis zur Geländeoberfläche auf und eine ‚Peaklast‘ wird mit einer bestimmten Setzung des Fundamentes erreicht. Die Bruchlast (Grundbruchwiderstand) wird mittels dieser

‚Peaklast‘ definiert und kann eindeutig mit dem funktionsfähigen Bruchmechanismus bestimmt werden. Wenn der Boden aus locker gelagerten Material besteht, können zwei weitere Versagen bei Flachgründungen auftreten. Das in Abbildung 2.2 b) dargestellte Versagen wurde von Naujoks (1963) ‚lokaler Scherbruch‘ genannt und der Versagenstypus in Abbildung 2.2 c) von Vesic (1963) als ‚Verformungsbruch‘ bezeichnet. Die Versagensmechanismen beider Typen sind lokal begrenzt und betreffen nicht unbedingt die Geländeoberfläche, die gestrichelte Linien in Abbildung 2.2 stellen die möglichen Versagen des Bodens dar. Die Belastung des Verformungsbruchs steigt überproportional mit zunehmender Setzung an und es tritt keine ‚Peaklast‘ auf (Beutinger, 2005).

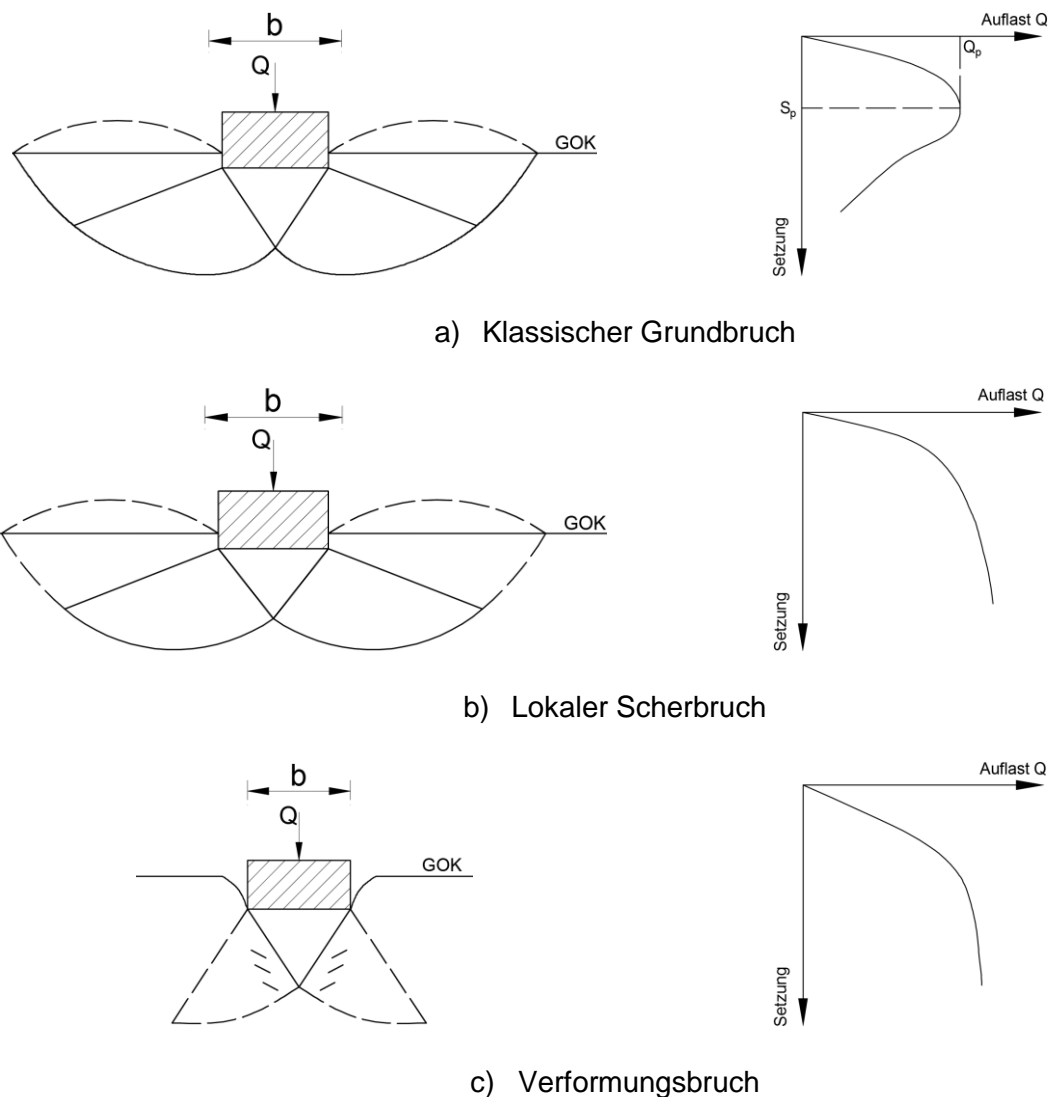


Abbildung 2.2: Versagensmechanismen und die zugehörigen Last-Setzungskurven der Flachgründungen nach Vesic (1963)

Der Versagensmechanismus des natürlichen Bodens ist abhängig von vielen Faktoren, z. B. der relativen Dichte und Scherfestigkeit des Bodens oder dem Verhältnis zwischen der Einbindetiefe des Fundamentes und der Fundamentlänge und -breite. In Abbildung 2.3 wird

die in Laborversuchen ermittelte Beziehung zwischen den Versagenstypen und der relativen Einbindetiefe D_f/R relativen Dichte des Bodens D_γ nach Vesic (1963) dargestellt.

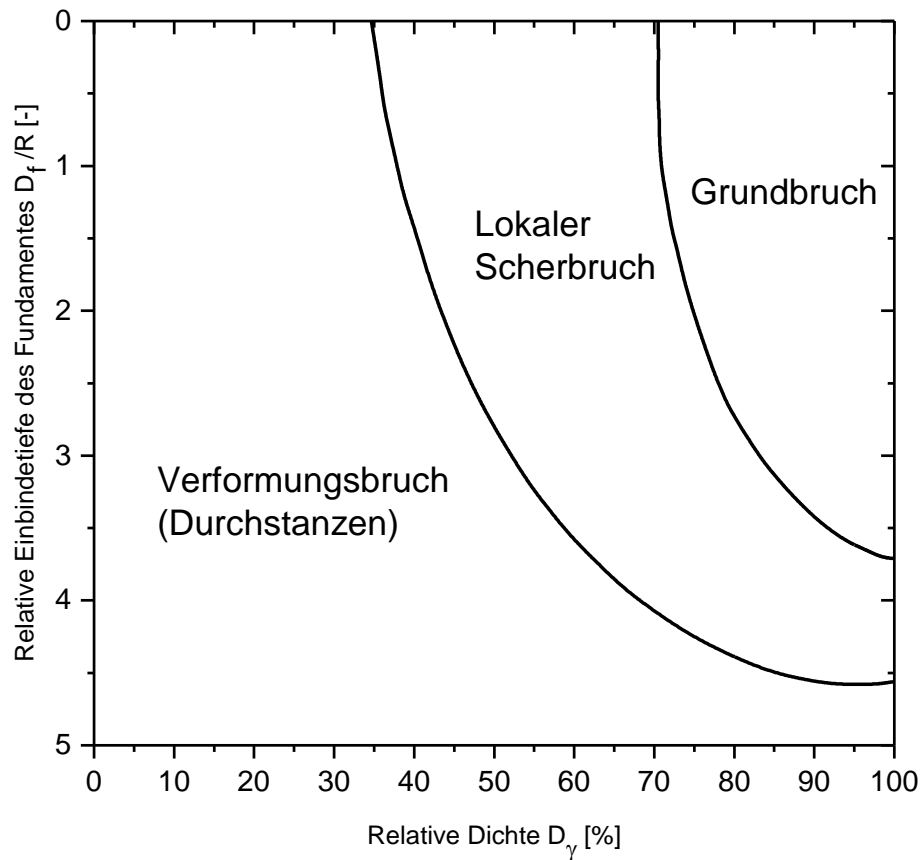


Abbildung 2.3: Versagenstypen des natürlichen Bodens in Abhängigkeit von der relativen Bodendichte D_γ und der relativen Einbindetiefe D_f/R nach Vesic (1963)

D_f bezeichnet hierbei die Einbindetiefe des Fundamentes, R wird mittels Gleichung (2.1) berechnet:

$$R = 4 \cdot \frac{A}{U} \quad (2.1)$$

A ist die Flächengröße und U ist der Umfang des Fundamentes. Für quadratische oder kreisförmige Fundamente ergibt sich $R = B$, B entspricht der Fundamentbreite oder dem Durchmesser. R eines Streifenfundamentes wird mit $R = 2 \cdot B$ angegeben.

2.3 Analytische Berechnungsverfahren für homogenen Untergrund

Es wurde im letzten Jahrhundert mittels unterschiedlicher Verfahren bzw. Annahmen verschiedene Grundbruchtheorien zur Berechnung des Grundbruchwiderstands eines Streifenfundaments mit dem ebenen Verzerrungszustand auf homogenem Untergrund entwickelt. Tabelle 2.1 stellt die bekanntesten Grundbruchtheorien für ein Streifenfundament dar.

Tabelle 2.1: Grundbruchtheorien nach verschiedenen Autoren

Autor	Verfahren	Bemerkung
Prandtl (1920)	Grenzgleichgewicht	Ableitung des Tragfähigkeitsbeiwerts N_c durch Entwicklung eines Bruchmechanismus für gewichtslosen kohäsiven Untergrund.
Reissner (1924)	Grenzgleichgewicht	Ableitung des Tragfähigkeitsbeiwerts N_d mittels des Bruchmechanismus von Prandtl.
Terzaghi (1943)	Grenzgleichgewicht	Aufstellung der dreiteiligen Grundbruchformel (N_c , N_q und N_γ) und Berechnung des gesamten Grundbruchwiderstands nach der Superpositionsmethode.
Meyerhof (1951)	Grenzgleichgewicht	Berechnung des Grundbruchwiderstands der Flach- und Tiefgründungen nach der Superpositionsmethode von Terzaghi (1943) mit eigenen N_c , N_q und N_γ .
Lundgren und Mortensen (1953)	Slip-Line Methode	Berechnung des gesamten Grundbruchwiderstands infolge des Bodeneigengewichts und der Einbindetiefe der flachen Gründungen auf kohäsionslosem Untergrund mit einem einheitlichen Bruchmechanismus nach der Slip-Line Methode.
Michalowski (1997)	Multi-Block (KEM)	Berechnung des Grundbruchwiderstands mit dem Bruchmechanismus aus starren Körpern, der die kinematischen Bedingungen erfüllt.

2.3.1 Grundbruchtheorie nach Prandtl

Zur Berechnung des Grundbruchwiderstands einer Flachgründung hat Prandtl (1920) unter der Annahme von gewichtslosem aber kohäsivem Untergrund einen funktionsfähigen Bruchmechanismus dargestellt und dazu einen Berechnungsansatz entwickelt. Zunächst wurde das Berechnungsverfahren von Prandtl (1920) für ideal starres Material entwickelt, das nicht zusammendrückbar ist und dessen Wichte im Vergleich zu dessen Festigkeit vernachlässigbar klein ist. In weiterer Folge (1921) hat der Autor die Anwendbarkeit seines Verfahrens auch für den Grundbruchwiderstand der Flachgründung vorgestellt. Der Bruchmechanismus nach Prandtl (1920) ist in Abbildung 2.4 (ohne die seitliche Auflast q) dargestellt und besteht aus drei Teilen: dem aktiven Keil (ABC), der radialen Scherzone ($BCDG$) und dem passiven Keil (CDE).

Der Winkel des aktiven Keiles ($\alpha = 45^\circ + \varphi/2$) und der Winkel der passiven Zone ($\beta = 45^\circ - \varphi/2$) werden von Prandtl (1920) nach dem ‚Mohr-Coulomb’schen Bruchkriterium‘ bestimmt. Die resultierende Kraft wirkt mit einem Winkel φ zur Normalen der Gleitfläche AB , BD und DE . Die

Gleitfläche der radialen Scherzone BD wird als logarithmische Spirale zwischen den Punkten B und D bezeichnet und der Rotationsmittelpunkt der Spirale O liegt beim Eckpunkt des Fundamentes C . Die Kante des passiven Keils CD wird durch Gleichung (2.2) berechnet:

$$CD = BC \cdot e^{\frac{\pi}{2} \tan \varphi} \quad (2.2)$$

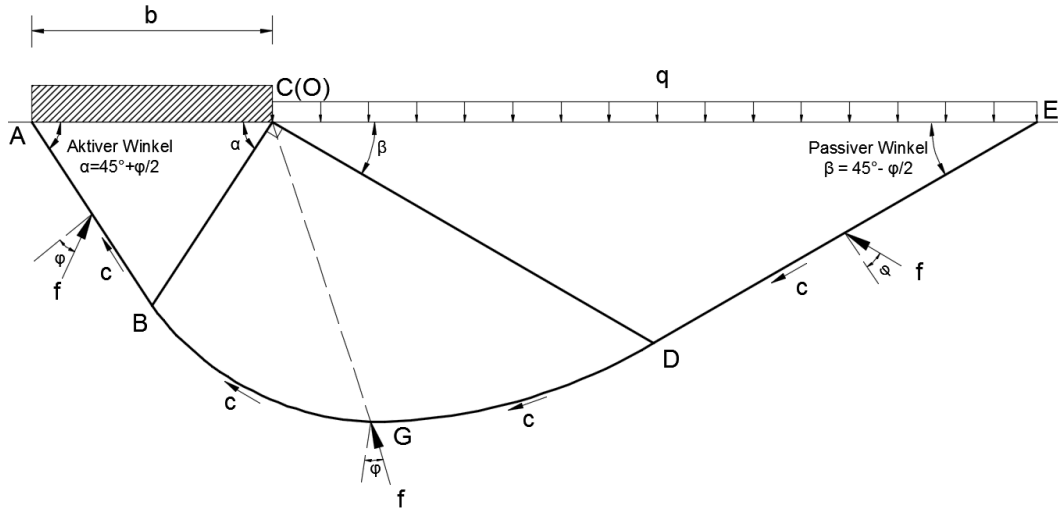


Abbildung 2.4: Klassischer Bruchmechanismus nach Prandtl (1920)

Die resultierende Reibungskraft auf der Scherfuge BD wirkt im Winkel φ auf die Normale der logarithmischen Spirale, deren Richtung durch den Mittelpunkt O definiert ist. Mit diesem Bruchmechanismus hat Prandtl (1920) die einheitliche Spannung auf der Fläche BC und CD , wie in Gleichung (2.3) und (2.4) dargestellt, abgeleitet:

$$\sigma_{BC} = \frac{c}{\sin \varphi} \cdot \left(\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \cdot e^{\pi \cdot \tan \varphi} - 1 \right) \quad (2.3)$$

$$\sigma_{CD} = \frac{c}{\sin \varphi} \cdot (e^{\pi \cdot \tan \varphi} - 1) \quad (2.4)$$

Nach der Gleichung (2.3) kann der Grundbruchwiderstand der Flachgründung infolge der Kohäsion des gewichtlosen Untergrunds (R_c) mit der Gleichung (2.5) berechnet werden:

$$R_c = bc \cdot N_c = bc \cdot \left[\frac{1}{\tan \varphi} \left(\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{\pi \cdot \tan \varphi} - 1 \right) \right] \quad (2.5)$$

Die Einbindetiefe der Flachgründung wird von Reissner (1924) durch den Ansatz einer seitlichen Auflast $q = d\gamma$ berücksichtigt. Dabei wird die Scherkraft der Bodenschicht vernachlässigt, die oberhalb der Gründungssohle liegt. Folgende Gleichung zur Berechnung des Grundbruchwiderstands infolge der seitlichen Auflast (R_q) wurde von Reissner (1924) aus dem Bruchmechanismus nach Prandtl (1920) (Abbildung 2.4) abgeleitet,

$$R_q = d\gamma \cdot N_q = d\gamma \cdot \left[e^{\pi \cdot \tan \varphi} \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right] \quad (2.6)$$

Obwohl die geschlossenen Berechnungsansätze zur Berechnung der Grundbruchwiderstände infolge der Kohäsion und Einbindetiefe aus dem in Abbildung 2.4 dargestellten Bruchmechanismus abgeleitet wurden, konnte der gesamte Grundbruchwiderstand damit nicht gefunden werden. Ein weiterer bekannter Ansatz zur Berechnung des Grundbruchwiderstands infolge des Bodeneigengewichts mit demselben Bruchmechanismus wurde von Buisman (1940) und Raes (1941) abgeleitet, wobei deren Lösung aber als unsicher bewertet wird (Perau, 1995). Daraus wird ersichtlich, dass der Grundbruchwiderstand infolge des Bodeneigengewichts nicht mittels des Bruchmechanismus nach Prandtl berechnet werden kann. Zur Bestimmung des gesamten Grundbruchwiderstandes eines Fundamentes, wurden in weiterer Folge unterschiedliche Berechnungsverfahren entwickelt.

2.3.2 Grundbruchtheorie nach Terzaghi

Unter der Berücksichtigung des Bodeneigengewichts, der Kohäsion des Bodens und der Einbindetiefe des Fundamentes hat Terzaghi (1943) eine vereinfachte dreigliedrige Basisgleichung (Gleichung (2.7)) zur Bestimmung des Grundbruchwiderstands eines Streifenfundamentes auf homogenem Untergrund entwickelt.

$$Q_u = Bq_u = B \left(cN_c + qN_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \right) \quad (2.7)$$

N_c , N_q und N_γ sind drei Tragfähigkeitsbeiwerte. Diese werden theoretisch nur mittels des Reibungswinkels des Bodens bestimmt und sind nicht abhängig von anderen Bodenparametern und geometrischen Bedingungen.

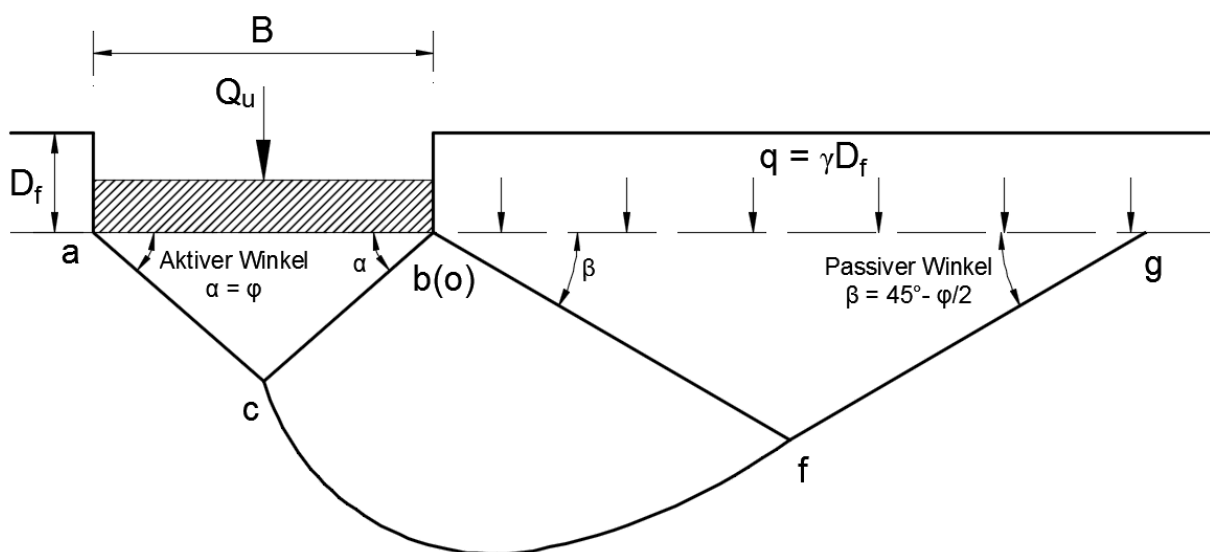


Abbildung 2.5: Bruchmechanismus nach Terzaghi (1943), aus Das (2009)

Der in Abbildung 2.5 dargestellte Bruchmechanismus nach Terzaghi (1943) für das ideale raue Fundament basiert auf dem klassischen Bruchmechanismus von Prandtl (1920), aber mit einem Winkel des aktiven Keiles α gleich φ statt $45^\circ + \varphi/2$. Die Einbindetiefe des Fundamentes wird als eine seitliche Auflast $q = \gamma D_f$ neben dem Fundament angesetzt. Die drei Tragfähigkeitsbeiwerte N_c , N_q und N_γ werden jeweils mit dem Bruchmechanismus abgeleitet, und der gesamte Grundbruchwiderstand wird durch eine Superpositionsmethode berechnet, obwohl dies nicht unbedingt die exakte Lösung ist (Das, 2009). Der Grundbruchwiderstand Q_u in der Gleichung (2.7) wird durch die resultierenden Kräfte (infolge der Kohäsion, der Einbindetiefe und des Eigengewichts) auf die aktive Gleitfläche bc ermittelt. Die drei resultierenden Kräfte (Abbildung 2.6) wirken vertikal auf die aktive Gleitfläche, weil der aktive Gleitwinkel α gleich φ ist. Der gesamte Widerstand bzw. die gesamte passive Kraft auf dem aktiven Gleitkeil kann mit der Gleichung (2.8) berechnet werden,

$$P_p = P_{pc} + P_{pq} + P_{p\gamma} \quad (2.8)$$

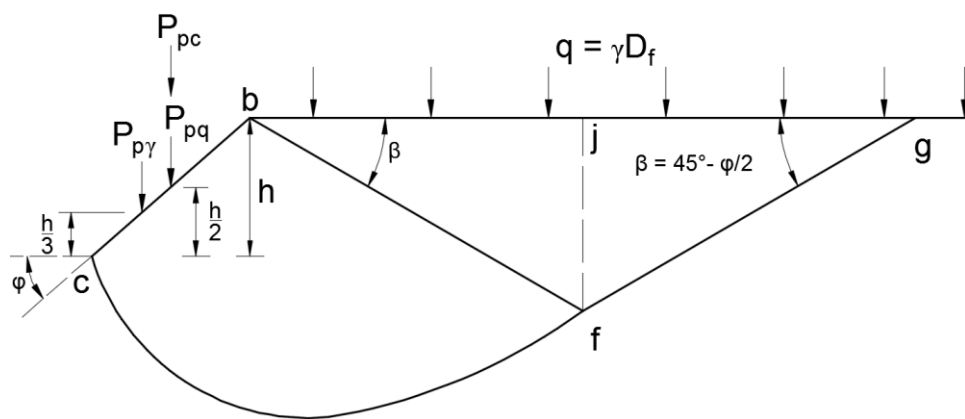


Abbildung 2.6: Resultierende Kräfte auf der aktiven Gleitfläche nach Terzaghi (1943), aus Das (2009)

2.3.2.1 Berechnung des N_q nach Terzaghi

Die Bemessung des Bruchmechanismus zur Berechnung des Tragfähigkeitsbeiwertes N_q (Gleichung (2.7)) bzw. der beiden symmetrischen passiven Kräfte P_{pq} (Gleichung (2.8)) nach Terzaghi (1943) wird in Abbildung 2.7 dargestellt. Abbildung 2.7 a) zeigt die radiale Scherzone und einen Teil der passiven Zone mit der fiktiven vertikalen Achse fj . Die logarithmische Spirale cf dreht sich um einen Winkel gleich $135^\circ - \varphi/2$, wobei der Drehpunkt auf dem Eckpunkt des Fundamentes b liegt. Die passive Kraft $P_{p(1)}$ auf der fiktiven Achse fj wird mittels Gleichung (2.9) ermittelt, dabei bezeichnet K_p den passiven Erddruckbeiwert bei ebener Gleitfläche:

$$P_{p(1)} = qH_d K_p = qH_d \tan^2(45 + \frac{\varphi}{2}) \quad (2.9)$$

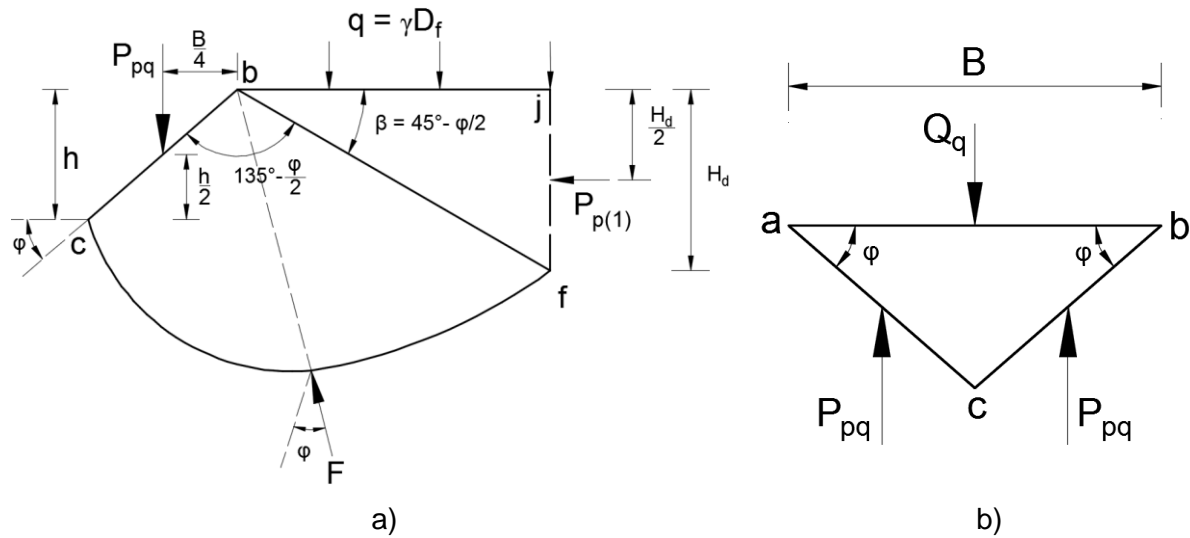


Abbildung 2.7: Berechnung der P_{pq} nach Terzaghi (1943), aus Das (2009)

Bei gewicht- und kohäsionslosen Böden wird das Momentengleichgewicht des Teilkörpers $bcjf$ auf den Punkt b (Drehpunkt der logarithmischen Spirale) zur Berechnung von P_{pq} herangezogen. Die Einwirkungsrichtung der reibungsresultierenden Kraft F auf der logarithmischen Spirale läuft durch den Drehpunkt b . Damit entsteht kein Moment auf Punkt b aus der Kraft F – das Momentengleichgewicht ergibt sich nach der Gleichung (2.10):

$$\sum M_b = 0: P_{pq} \left(\frac{B}{4} \right) = q \frac{(\overline{bj})^2}{2} + P_{p(1)} \frac{H_d}{2} \quad (2.10)$$

Nach Abbildung 2.7 a) können die folgenden geometrischen Größen bestimmt werden:

$$\overline{bc} = \frac{B}{2 \cos \varphi} \quad (2.11)$$

$$\overline{bf} = \overline{bc} \cdot e^{\left(\frac{3}{4} \pi - \frac{\varphi}{2} \right) \tan \varphi} \quad (2.12)$$

$$\overline{bj} = \overline{bf} \cos(45^\circ - \varphi / 2) \quad (2.13)$$

$$H_d = \overline{bf} \sin(45^\circ - \varphi / 2) \quad (2.14)$$

Mit diesen geometrischen Größen kann P_{pq} nach der Gleichung (2.10) wie folgt ermittelt werden:

$$P_{pq} = \frac{q B e^{2 \left(\frac{3}{4} \pi - \frac{\varphi}{2} \right) \tan \varphi}}{4 \cos^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)} \quad (2.15)$$

Der aktive Gleitkeil abc ist in Abbildung 2.7 b) dargestellt. Auf dem aktiven Gleitkeil ergeben sich drei Kräfte: die beiden symmetrischen passiven Kräfte P_{pq} und die Beanspruchung Q_q , welche dem Grundbruchwiderstand infolge der Einbindetiefe entspricht. Mittels der Gleichung (2.16) wird der Tragfähigkeitsbeiwert N_q durch die Betrachtung des Kraftgleichgewichts des aktiven Gleitkeiles berechnet, wobei der dimensionslose Tragfähigkeitsbeiwert N_q nur abhängig vom Reibungswinkel des Bodens φ ist.

$$Q_q = 2P_{pq} = qBN_q = qB \left[\frac{e^{2\left(\frac{3}{4}\pi - \frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)} \right] \quad (2.16)$$

2.3.2.2 Berechnung des N_c nach Terzaghi

Der Tragfähigkeitsbeiwert N_c kann mit demselben Bruchmechanismus und Lösungsweg wie N_q ermittelt werden. Die passive Kraft auf der fiktiven Achse fj infolge der Kohäsion $P_{p(2)}$ in der Abbildung 2.8 a) wird durch Gleichung (2.17) bestimmt.

$$P_{p(2)} = 2cH_d K_{pc} = 2cH_d \sqrt{K_p} = 2cH_d \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (2.17)$$

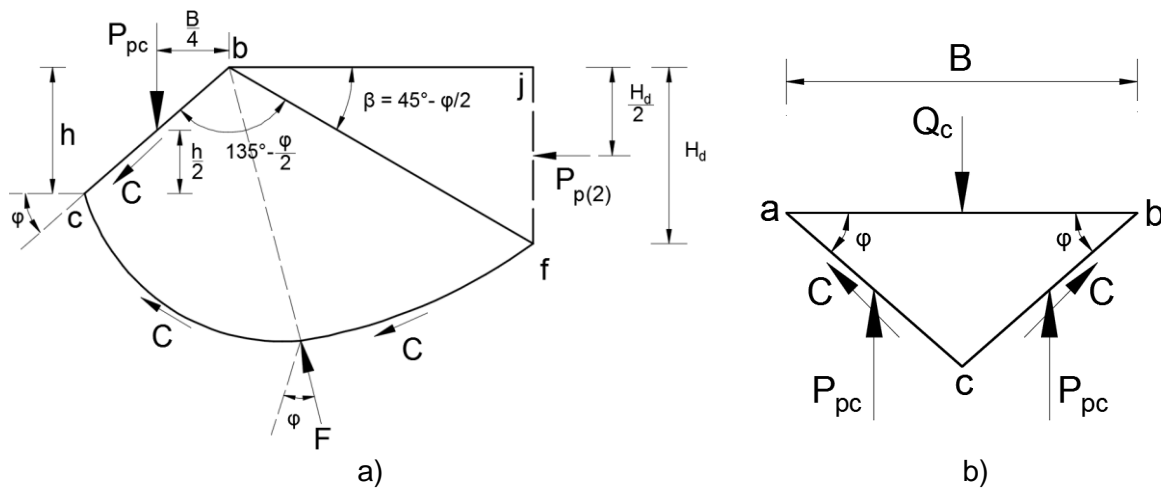


Abbildung 2.8: Berechnung der P_{pc} nach Terzaghi (1943), aus Das (2009)

Auf der aktiven Gleitfläche bc und der logarithmischen Spirale ergeben sich zusätzlich noch Kohäsionskräfte. Durch die Kohäsionskraft auf der aktiven Gleitfläche bc entsteht kein Moment auf Punkt b . Das Moment der Kohäsionskraft entlang der logarithmischen Spirale M_c auf den Punkt b kann mittels Gleichung (2.18) berechnet werden:

$$M_c = \frac{c}{2 \tan \varphi} (\overline{bf}^2 - \overline{bc}^2) \quad (2.18)$$

Durch die reibungsresultierende Kraft F auf der logarithmischen Spirale entsteht weithin kein Moment auf Punkt b . Das Momentengleichgewicht des Teilkörpers $bccfj$ infolge der Kohäsion wird nach der Gleichung (2.19) ermittelt:

$$P_{pc} \left(\frac{B}{4} \right) = \left[2cH_d \tan \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \right] \left[\frac{\overline{bf} \sin \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)}{2} \right] + \frac{c}{2 \tan \varphi} (\overline{bf}^2 - \overline{bc}^2) \quad (2.19)$$

Unter Berücksichtigung der kohäsiven Kraft auf der aktiven Gleitfläche ergibt sich nach dem Kraftgleichgewicht des aktiven Gleitkeils aus Abbildung 2.8 b) die Gleichung (2.20):

$$q_c B = 2cB \tan \varphi + 2P_{pc} \quad (2.20)$$

Mit den geometrischen Längen nach den Gleichungen (2.11) - (2.14) wird der Tragfähigkeitsbeiwert N_c mittels Gleichung (2.20) wie folgt berechnet:

$$Q_c = \frac{cB}{\tan \varphi} \left[\frac{e^{2 \left(\frac{3}{4} \pi - \frac{\varphi}{2} \right) \tan \varphi}}{2 \cos^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)} - 1 \right] = cBN_c = cB \left[\frac{N_q - 1}{\tan \varphi} \right] \quad (2.21)$$

2.3.2.3 Berechnung des N_γ nach Terzaghi

Terzaghi (1943) legt dar, dass N_γ nach dem Bruchmechanismus in Abbildung 2.6 überschätzt wird. Der minimale N_γ wird nach dem Autor durch die Logarithmische-Spiral-Methode von Ohde (1938) (Variation der Position des Mittelpunkts der logarithmischen Spirale) ermittelt.

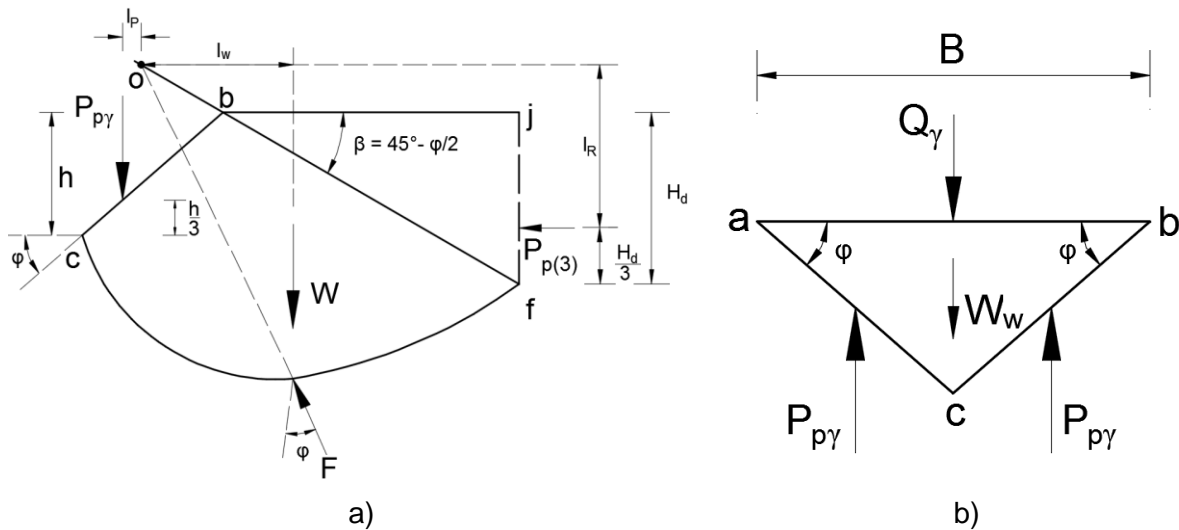


Abbildung 2.9: Geometrische Darstellung für die Berechnung der $P_{p\gamma}$ nach Terzaghi (1943), aus Das (2009)

Der gesamte Bruchmechanismus besteht weiterhin aus den in Abbildung 2.5 dargestellten drei Teilflächen, jedoch kann der Drehpunkt der logarithmischen Spirale O entlang der Verlängerung der Kante bf variieren. Die geometrische Darstellung eines möglichen Bruchmechanismus ist der Abbildung 2.9 a) zu entnehmen. Die resultierende passive Kraft infolge des Eigengewichts $P_{p(3)}$ wirkt auf $1/3$ der fiktiven Achse fj und deren Größe kann mittels des passiven Erddruckbeiwerts durch Gleichung (2.22) bestimmt werden:

$$P_{p(3)} = \frac{1}{2} \gamma H_d^2 K_p = \frac{1}{2} \gamma H_d^2 \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.22)$$

Obwohl der Drehpunkt der logarithmischen Spirale nicht mehr an der Ecke des Fundamentes liegt, läuft die Richtung der Reibungskraft F durch den Drehpunkt O . Daraus ergibt sich die folgende Gleichung zur Ermittlung des Momentengleichgewichts von Teilkörper $bcfj$ auf Punkt O infolge des Bodeneigengewichts:

$$P_{p\gamma} l_p = W l_w + P_{p(3)} l_R \quad (2.23)$$

Die passive Kraft $P_{p\gamma}$ nach (2.23) wird von Terzaghi (1943) mit einem passiven Erddruckkoeffizient $K_{p\gamma}$ mittels der Gleichung (2.24) mit $h = B \cdot \tan \varphi / 2$ definiert (Das, 2009):

$$P_{p\gamma} = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_{p\gamma} = \frac{1}{8} \gamma B^2 K_{p\gamma} \tan^2 \varphi \quad (2.24)$$

Durch Variation der Position des Drehpunkts O wird die minimale Größe der passiven Kraft $P_{p\gamma}$ bzw. $K_{p\gamma}$ ermittelt.

Aus dem in Abbildung 2.9 b) dargestellten Kraftgleichgewicht ergibt sich die Gleichung (2.25):

$$Q_\gamma = 2P_{p\gamma} - W_w \quad (2.25)$$

Das Gewicht des aktiven Gleitkeils kann durch Gleichung (2.26) berechnet werden:

$$W_w = \frac{B^2}{4} \gamma \tan \varphi \quad (2.26)$$

Daraus ergibt sich nach den Gleichungen (2.24), (2.25) und (2.26):

$$Q_\gamma = q_\gamma B = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma = \frac{1}{2} \gamma B \left[\frac{1}{2} \tan \varphi (K_{p\gamma} \tan \varphi - 1) \right] \quad (2.27)$$

Die Methode zur Minimierung des passiven Erddruckbeiwertes $K_{p\gamma}$ durch Iterationsverfahren wird von Terzaghi (1943) dargelegt, der maßgebende Bruchmechanismus bzw. die Gleichung zur Berechnung des N_γ wird jedoch nicht eindeutig von ihm definiert.

2.3.2.4 Gesamter Grundbruchwiderstand nach Terzaghi

Nach der Begründung der dreiteiligen Basisformel hat Terzaghi (1943) die Aussage getroffen, dass der aktive Gleitwinkel α in Abbildung 2.5 zwischen φ und $45^\circ + \varphi/2$ betragen kann. Die folgenden neuen Gleichungen zur Berechnung der Tragfähigkeitsbeiwerte N_c und N_q für $\varphi < \alpha < 45^\circ + \varphi/2$ wurden von ihm vorgestellt:

$$N_c = \tan \alpha + \frac{\cos(\alpha - \varphi)}{\sin \varphi \cos \alpha} \left[e^{2(\frac{3}{4}\pi + \frac{\varphi}{2} - \alpha) \tan \varphi} (1 + \sin \varphi) - 1 \right] \quad (2.28)$$

$$N_q = \frac{\cos(\alpha - \varphi)}{\cos \alpha} e^{2(\frac{3}{4}\pi + \frac{\varphi}{2} - \alpha) \tan \varphi} \tan(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) \quad (2.29)$$

Wenn $\alpha = 45^\circ + \varphi/2$, ergeben sich:

$$N_c = \cot \varphi \left[e^{\pi \tan \varphi} \tan^2(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) - 1 \right] \quad (2.30)$$

$$N_q = e^{\pi \tan \varphi} \tan^2(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) \quad (2.31)$$

Die Tragfähigkeitsbeiwerte nach den Gleichungen (2.30) und (2.31) entsprechen genau dem N_c nach Prandtl (1920) und dem N_q nach Reissner (1924), wobei der dafür maßgebende Bruchmechanismus mit dem klassischen Bruchmechanismus (Abbildung 2.4) nach Prandtl (1920) identisch ist.

Der gesamte Grundbruchwiderstand wird nach Terzaghi (1943) durch die Superpositionsmethode mittels der Gleichung (2.7) berechnet. Daraus ergeben sich zwei verschiedenen Bruchmechanismen: der klassische Bruchmechanismus von Prandtl (1920) für die Tragfähigkeitsbeiwerte N_c und N_q und der mit variiertem Mittelpunkt der logarithmischen Spirale bestimmte Bruchmechanismus für N_γ . Obwohl es nicht realistisch ist, liegt das Ergebnis auf der sicheren Seite (Das, 2009).

2.3.3 Grundbruchtheorie nach Meyerhof

Meyerhof (1951) hat eine neue Grundbruchtheorie sowohl für Flach- als auch für Tiefgründungen entwickelt. Die Theorie für die Flachgründung basiert auf der dreiteiligen Gleichung von Terzaghi (1943) mittels der Superpositionsmethode, weshalb das Problem der uneinheitlichen Bruchmechanismen zur Berechnung der Tragfähigkeitsbeiwerte bestehen bleibt. Die beiden verschiedenen Bruchmechanismen sind der Abbildung 2.10 zu entnehmen. Grundsätzlich besteht der Bruchmechanismus nach Meyerhof ebenfalls aus drei Teilkörpern: dem aktiven elastischen Gleitkeil ABC , der radialen Scherzone ADC (BDC) mit der logarithmischen Spirale und der ebenen passiven Scherzone ADE (BDE).

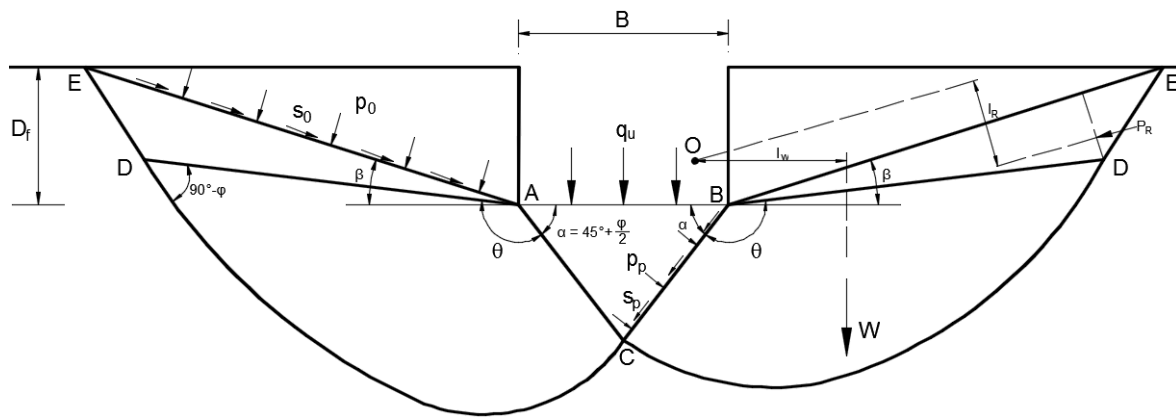
a) N_c und N_q mit $\gamma = 0$ b) N_γ mit $\gamma \neq 0$

Abbildung 2.10: Bruchmechanismen nach Meyerhof (1951)

Zur Berechnung der Tragfähigkeitsbeiwerte N_c und N_q wird der Bruchmechanismus nach Abbildung 2.10 a) von Meyerhof verwendet, wobei der Untergrund als gewichtslos angenommen wird. Der Drehpunkt der logarithmischen Spirale CD in Abbildung 2.10 a) liegt auf dem Fundamenteckpunkt A . Abbildung 2.10 b) stellt einen möglichen Bruchmechanismus zur Berechnung des Tragfähigkeitsbeiwertes N_γ dar. Dabei wird der minimale N_γ durch Variation des Drehpunktes der logarithmischen Spirale O ermittelt.

2.3.3.1 Berechnung der N_c und N_q nach Meyerhof

Die Tragfähigkeitsbeiwerte N_c und N_q werden von Meyerhof gemeinsam berechnet, da beide mit dem identischen Bruchmechanismus nach Abbildung 2.10 a) abgeleitet werden. Abbildung 2.11 stellt die ebene passive Scherzone ADE dar. Nach dem Mohr-Coulomb'schen Bruchkriterium ergibt sich folgende Bedingung zwischen der normalen und der tangentialen Komponente der Spannung auf der Gleitfläche unter dem plastischen Spannungszustand:

$$s = c + p \tan \varphi \quad (2.32)$$

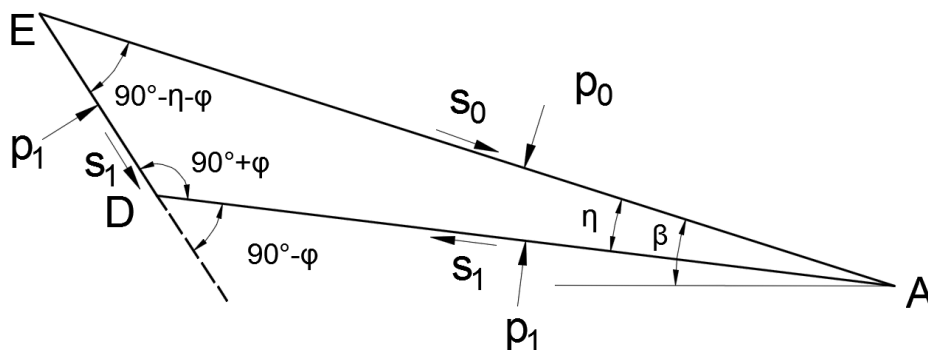


Abbildung 2.11: Passiver Gleitkeil von Meyerhof (1951), aus Das (2009)

Die Kante AE wird als ‚*equivalent free surface*‘ bezeichnet, der Koeffizient m (Mobilisationsgrad, $0 \leq m \leq 1$) wird von Meyerhof zur Berechnung des Spannungszustandes auf der Kante AE definiert. Nach der Gleichung (2.32) ergibt sich die folgende Bedingung auf der Kante AE :

$$s_0 = m(c + p_0 \tan \varphi) \quad (2.33)$$

Ist die Scherfestigkeit der Kanten AD und DE allerdings vollmobilisiert, ergibt sich die Gleichung (2.34):

$$s_1 = c + p_1 \tan \varphi \quad (2.34)$$

Die folgenden Gleichungen werden von Meyerhof nach dem Mohr-Coulomb'schen Bruchkriterium aus den geometrischen Beziehungen innerhalb der passiven Scherzone ADE abgeleitet:

$$\cos(2\eta + \varphi) = \frac{s_0 \cos \varphi}{c + p_1 \tan \varphi} = \frac{(c + p_0 \tan \varphi) m \cos \varphi}{c + p_1 \tan \varphi} \quad (2.35)$$

$$p_1 = \frac{c + p_1 \tan \varphi}{\cos \varphi} [\sin(2\eta + \varphi) - \sin \varphi] + p_0 \quad (2.36)$$

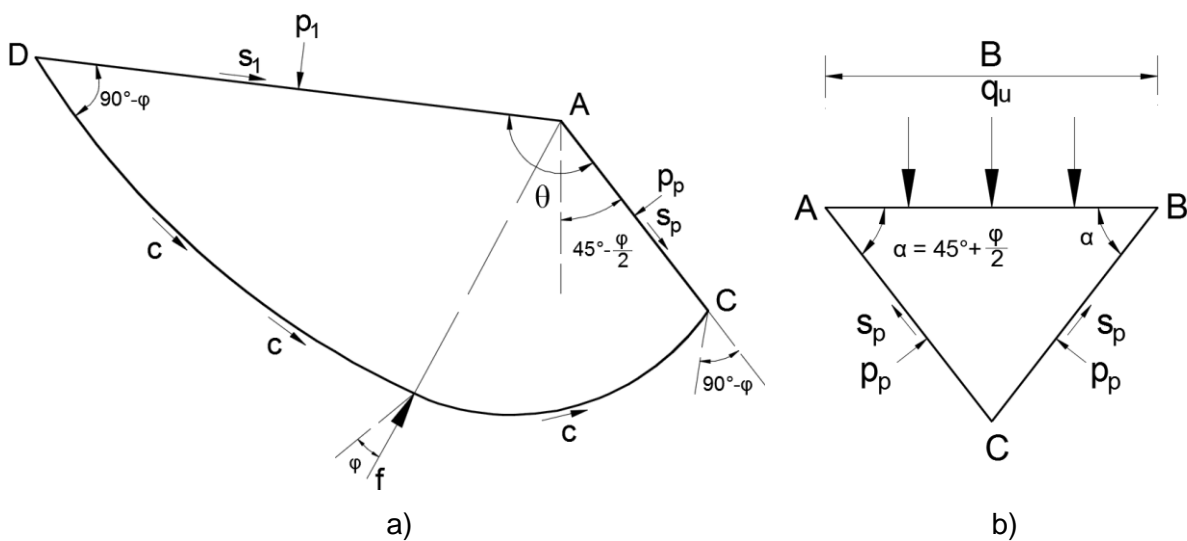


Abbildung 2.12: Radiale Scherzone und aktiver Gleitkeil nach Meyerhof, aus Das (2009)

Abbildung 2.12 a) stellt die radiale Scherzone ACD dar. Die Beziehung zwischen Normal- und Scherspannung auf der aktiven Kante AC wird nach der Gleichung (2.37) ermittelt:

$$s_p = c + p_p \tan \varphi \quad (2.37)$$

Das Momentengleichgewicht auf dem Drehpunkt der logarithmischen Spirale mit der radialen Scherzone wird zur Berechnung gebracht. Der Drehpunkt liegt dabei auf dem Eckpunkt des Fundamentes, wodurch die Gleitflächen AC und AD laufen. Damit erzeugen die tangentialen

Komponenten s_l und s_p keine Momente auf dem Drehpunkt. Mit den Momenten infolge der Kohäsion auf der logarithmischen Spirale ergibt sich die Gleichung (2.38):

$$p_1 \left(\frac{\overline{AD}^2}{2} \right) - p_p \left(\frac{\overline{AC}^2}{2} \right) + M_c = 0 \quad (2.38)$$

mit

$$\overline{AD} = \overline{AC} \cdot e^{\theta \tan \varphi} \quad (2.39)$$

$$M_c = \frac{c}{2 \tan \varphi} (\overline{AD}^2 - \overline{AC}^2) \quad (2.40)$$

Der Drehwinkel der logarithmischen Spirale θ beträgt $135^\circ + \beta - \eta - \varphi/2$. Die Kombination der Gleichungen (2.34) - (2.40) führt zu folgendem Resultat:

$$p_p = p_1 e^{2\theta \tan \varphi} + c \cot \varphi (e^{2\theta \tan \varphi} - 1) \quad (2.41)$$

$$s_p = (c + p_1) e^{2\theta \tan \varphi} \quad (2.42)$$

Aus Abbildung 2.12 b) lassen sich die nachstehenden Gleichungen ableiten:

$$\overline{AC} = \frac{B}{2 \cos \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)} \quad (2.43)$$

$$q_u = p_p \cdot \overline{AC} \cdot \cos \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + s_p \cdot \overline{AC} \cdot \sin \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) = p_p + s_p \cot \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.44)$$

Durch Ersetzung der Gleichung (2.44) durch (2.41), (2.42) und (2.44) ergibt sich weiters:

$$q_u = c \left\{ \cot \varphi \left[\frac{(1 + \sin \varphi) e^{2\theta \tan \varphi}}{1 - \sin \varphi \sin (2\eta + \varphi)} - 1 \right] \right\} + p_0 \left[\frac{(1 + \sin \varphi) e^{2\theta \tan \varphi}}{1 - \sin \varphi \sin (2\eta + \varphi)} \right] = cN_c + p_0 N_q \quad (2.45)$$

Der Winkel η in dem passiven Keil ADE ist abhängig vom Koeffizienten m nach Gleichung (2.35), mit $m = 0$, $\eta = 45^\circ - \varphi/2$ und $m = 1$, $\eta = 0$. Für die Flachgründung ($\beta = 0$, $m = 0$ und $\eta = 45^\circ - \varphi/2$) ergeben sich die folgenden Gleichungen mit $\theta = \pi/2$,

$$N_q = e^{\pi \tan \varphi} \left(\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right) \quad (2.46)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \quad (2.47)$$

Der Bruchmechanismus ist dabei identisch wie der klassische Bruchmechanismus nach Prandtl (1920) und die damit gerechneten Tragfähigkeitsbeiwerte N_c und N_q sind gleich wie nach Prandtl (1920) und Reissner (1924).

2.3.3.2 Berechnung des N_γ nach Meyerhof

Zur Berechnung des Tragfähigkeitsbeiwertes N_γ ist der Bruchmechanismus nach Abbildung 2.10 b) maßgebend. Die Details des Bruchmechanismus von Meyerhof sind der Abbildung 2.13 a) zu entnehmen.

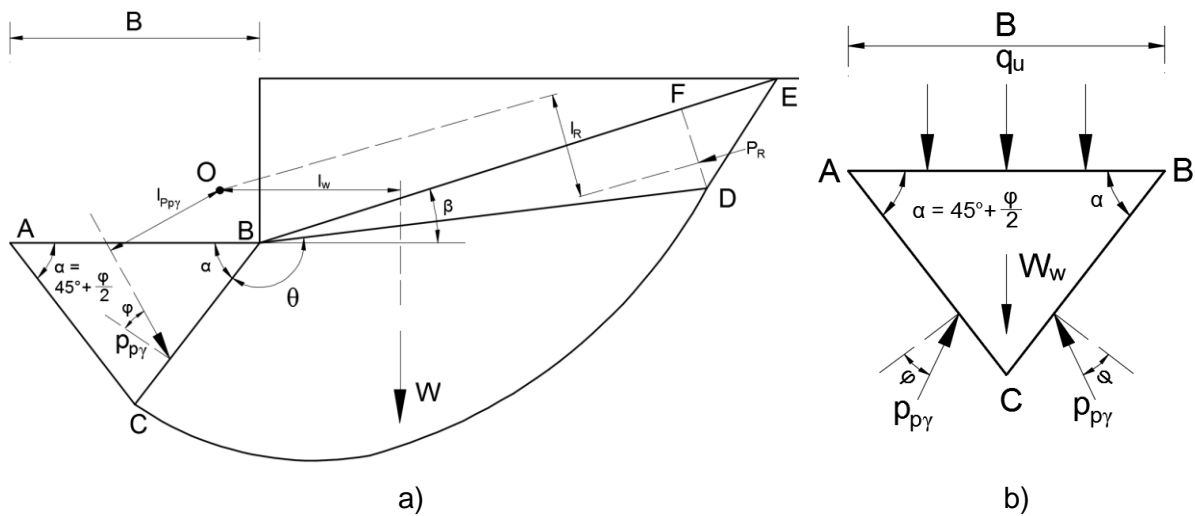


Abbildung 2.13: Bruchmechanismus zur Berechnung des N_γ nach Meyerhof, aus Das (2009)

Das Momentengleichgewicht auf dem Drehpunkt der logarithmischen Spirale mit dem Teilkörper $BCDF$ wird zur Berechnung von N_γ herangezogen. Damit werden die Momente infolge des Eigengewichts W , des Teilkörpers $BCDF$ und des passiven Erddrucks P_R auf der fiktiven vertikalen Achse DF berechnet. Die resultierende passive Kraft $P_{p\gamma}$ auf der aktiven Kante BC wird mit der Gleichung (2.48) definiert, die minimale $P_{p\gamma}$ wird durch Variation des Drehpunktes der logarithmischen Spirale ermittelt.

$$P_{p\gamma} = \frac{Wl_w + P_R l_R}{l_p} \quad (2.48)$$

Mit dem Kraftgleichgewicht des aktiven Gleitkeils ABC nach Abbildung 2.13 b) ergibt sich der Tragfähigkeitsbeiwert N_γ durch die Gleichung (2.49):

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma = \frac{1}{2} \gamma B \left[\frac{4 p_{p\gamma} \sin\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)}{\gamma B^2} - \frac{1}{2} \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \right] \quad (2.49)$$

Eine empirische Näherungsgleichung (2.50) für N_γ ist von Meyerhof (1963) nach Gleichung (2.49) mit dem minimalen $P_{p\gamma}$ entwickelt worden:

$$N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1,4\varphi) \quad (2.50)$$

Der gesamte Grundbruchwiderstand wird anschließend mittels der Gleichung (2.7) mit den Tragfähigkeitsbeiwerten nach den Gleichungen (2.46), (2.47) und (2.50) gerechnet. Mit der Superpositionsmethode werden die einzelnen minimalen Tragfähigkeitsbeiwerte bestimmt – das Ergebnis liegt wie bei Terzaghi (1943) weiterhin immer auf der sicheren Seite.

2.3.4 Andere Grundbruchtheorien

Außer den Grundbruchtheorien nach Prandtl (1920), Terzaghi (1943) und Meyerhof (1951) wurden noch zahlreiche weitere Verfahren zur Berechnung des Grundbruchwiderstands der flachen Gründung ermittelt. Nachfolgend werden ausgewählte Verfahren beschrieben.

2.3.4.1 Grundbruchtheorie nach Lundgren und Mortensen

Lundgren und Mortensen (1953) haben eine Grundbruchtheorie für den kohäsionslosen Untergrund mittels der Slip-Line Methode entwickelt, mit der das Spannungsfeld unter einer Flachgründung definiert wird. Das Spannungsfeld für ein raues Fundament mit $\varphi = 30^\circ$, $\gamma = 0$ und der seitlich linearen Auflast $q \neq 0$ wird in Abbildung 2.14 dargestellt.

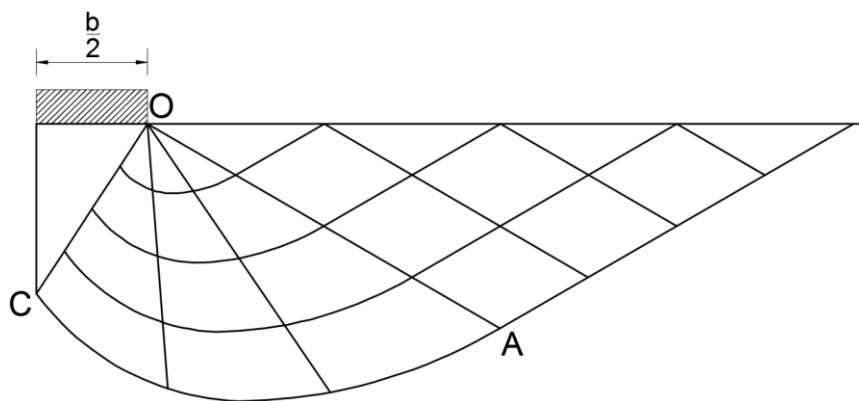


Abbildung 2.14: Spannungsfeld für ein raues Fundament mit $\gamma = 0$ und $q \neq 0$, aus Lundgren und Mortensen (1953)

Die aktive Zone direkt unter dem Fundament wird als ein starrer Körper mit elastischem Zustand angesehen und die Kante OC ist der starre Rand. Der gesamte Bruchmechanismus besteht demnach aus zwei Dreiecken und einer logarithmischen Spirale und ist in diesem Fall identisch mit dem klassischen Bruchmechanismus nach Prandtl (1920).

Lundgren und Mortensen (1953) haben den Grundbruchwiderstand des Untergrunds mit $\varphi \neq 0$, $\gamma \neq 0$ und ohne seitliche Auflast mit der Randbedingung nach Karman (1926) für die

Berechnung des aktiven Erddrucks auf der vertikalen Wand ohne Auflast auf der Geländeoberkante berechnet. Eine schematische Darstellung des Bruchmechanismus unter Berücksichtigung des Bodeneigengewichts für ein raues Fundament nach Lundgren und Mortensen (1953) ist der Abbildung 2.15 zu entnehmen. Im Vergleich zum Bruchmechanismus mit gewichtslosem Boden in Abbildung 2.14 ist die aktive Kante OC keine gerade Linie mehr, sondern eine Kurve, außerdem ist der Bruchkörper kleiner als bei Annahme eines gewichtslosen Bodens.

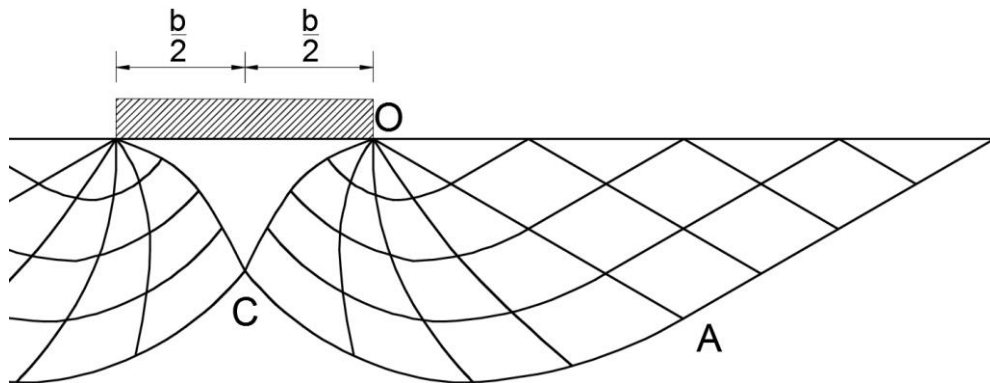


Abbildung 2.15: Spannungsfeld für ein raues Fundament mit $\gamma \neq 0$ und $q = 0$ nach Lundgren und Mortensen (1953), aus Brinch-Hansen (1970)

Lundgren und Mortensen (1953) haben den gesamten Grundbruchwiderstand nicht mittels der Superpositionsmethode nach Terzaghi (1943) berechnet, sondern mit einem einheitlichen Bruchmechanismus (Abbildung 2.16) infolge des Bodeneigengewichts und der seitlicher Auflast nach der Slip-Line Methode.

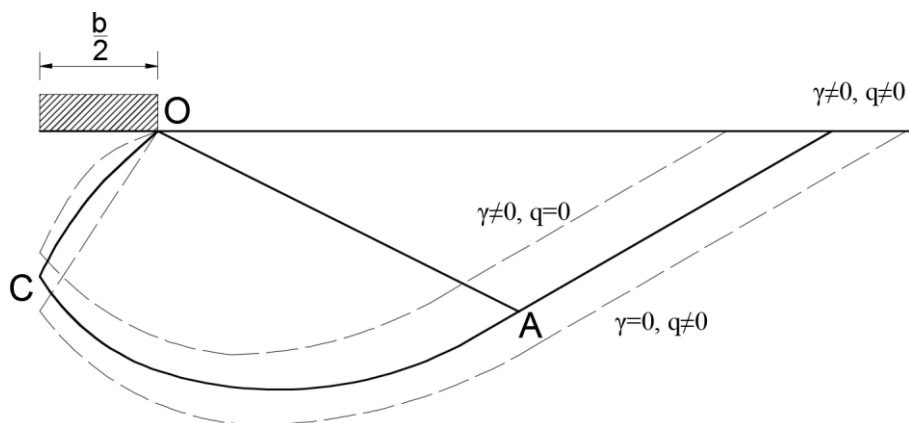


Abbildung 2.16: Spannungsfeld für ein raues Fundament mit $\gamma \neq 0$ und $q \neq 0$ nach Lundgren und Mortensen (1953)

Analog zu Terzaghis Gleichung (2.7) mit der Superpositionsmethode haben Lundgren und Mortensen (1953) die folgende Gleichung mit einem Koeffizienten μ zur Berechnung des gesamten Grundbruchwiderstands ermittelt:

$$q_u = \mu(qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma) \quad (2.51)$$

N_q und N_γ entsprechen in der Gleichung (2.51) den Tragfähigkeitsbeiwerten – nach der Methode von Lundgren und Mortensen (1953) mit $\gamma = 0$ und $q = 0$ berechnet. Die Autoren haben nur die Tragfähigkeitsbeiwerte für $\varphi = 30^\circ$ mit $N_\gamma = 14,8$ und $N_q = 18,3$ angegeben.

Brinch-Hansen (1970) hat aus der Grundbruchtheorie von Lundgren und Mortensen (1953) eine empirische Gleichung (2.52) für N_γ abgeleitet,

$$N_\gamma = 1,5(N_q - 1)\tan\varphi \quad (2.52)$$

jedoch wird der gesamte Grundbruchwiderstand nach Brinch-Hansen (1970) weiterhin mit der klassischen Lösung von N_c und N_q nach der Superpositionsmethode von Terzaghi (1943) berechnet.

2.3.4.2 Grundbruchtheorie nach Michalowski

Michalowski (1997) hat mit dem Multi-Block Bruchmechanismus unter Berücksichtigung der kinematischen Bedingungen ein neues Berechnungsverfahren zur Bestimmung des Grundbruchwiderstands von Flachgründungen entwickelt. Der Vergleich zwischen dem klassischen Bruchmechanismus nach Prandtl (1920) und dem Multi-Block Mechanismus nach Michalowski (1997) ist der Abbildung 2.17 a) zu entnehmen.

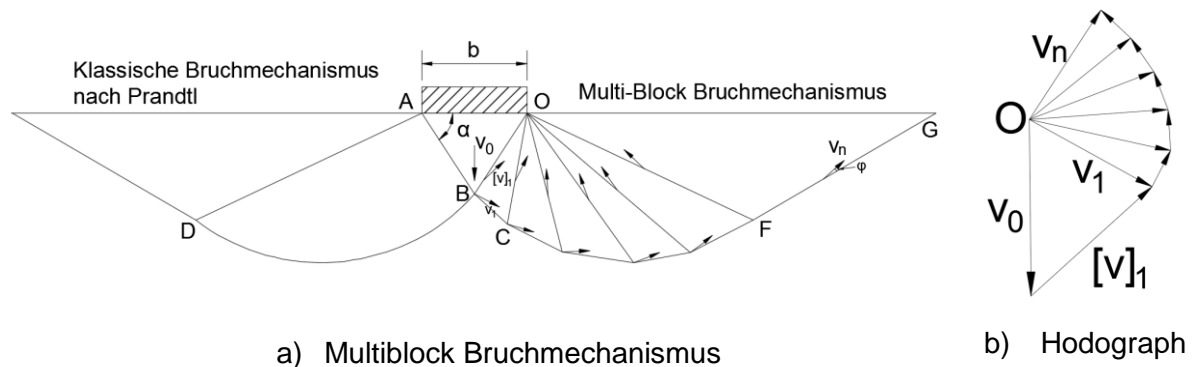


Abbildung 2.17: Multi-Block Bruchmechanismus nach Michalowski (1997)

Der Unterschied zwischen den beiden Bruchmechanismen ist, dass die radiale Scherzone des Multi-Block Bruchmechanismus aus einer Anzahl kleiner, starrer Elemente anstatt einer logarithmischen Spirale besteht. Abbildung 2.17 b) stellt den geschlossenen Hodograph der Elemente des Multi-Block Mechanismus dar. Mit den Bedingungen der kinematischen Theorie von Drucker und Prager (1952) werden die minimalen Werte des Grundbruchwiderstands bzw. der Tragfähigkeitsbeiwerte berechnet.

Zur Bestimmung von N_c und N_q wird ein gewichtloser Boden angenommen. Mit der Anzahl von bis zu 50 Elementen in der radialen Scherzone hat Michalowski (1997) bestimmt, dass die minimalen Werte von N_c und N_q nach dem Multi-Block Bruchmechanismus eine Abweichung von den nach dem klassischen Bruchmechanismus von Prandtl (1920) gerechneten Tragfähigkeitsbeiwerten bis maximal 0,02 % haben. Die Gleichungen (2.30) und (2.31) werden von Michalowski (1997) bei der Berechnung von N_c und N_q mit einer großen Anzahl von Elementen im Multi-Block Bruchmechanismus bestätigt.

Michalowski (1997) hat zur Berechnung des Tragfähigkeitsbeiwertes N_γ für die Flachgründung mit $c = 0$ und $q = 0$ 50 Elemente in der radialen Scherzone angenommen, woraus sich die empirische Gleichung (2.53) für verschiedene φ ergibt:

$$N_\gamma = e^{0,66+5,11\tan\varphi} \tan\varphi \quad (2.53)$$

Mit der Multi-Block Methode ist es möglich, alle drei Tragfähigkeitsbeiwerte mit einem einheitlichen Bruchmechanismus zu berechnen. Dabei sind die Tragfähigkeitsbeiwerte nicht nur abhängig von dem Reibungswinkel des Bodens, sondern auch von der Beziehung (Verhältnis) zwischen den Bodenparametern (c , γ) und der geometrischen Größe des Fundamentes. Die dimensionslosen Koeffizienten $c/\gamma b$ und $q/\gamma b$ nach Sokolovskii (1965) werden von Michalowski (1997) zur Bestimmung des ungünstigsten Bruchmechanismus herangezogen.

Mit gegebenen $c/\gamma b$ und $q/\gamma b$ wird der gesamte Grundbruchwiderstand nicht mehr mittels der Superpositionsmethode, sondern mit den Tragfähigkeitsbeiwerten nach dem einheitlichen Bruchmechanismus berechnet. Der gesamte Grundbruchwiderstand wird weiterhin in drei Komponenten unterteilt: Widerstand infolge der Kohäsion, der seitlichen Auflast und des Bodeneigengewichts. Alle drei Tragfähigkeitsbeiwerte haben höhere Werte als ihr Minimum nach den Gleichungen (2.30), (2.31) und (2.53), wenn $c/\gamma b \neq 0$ und/oder $q/\gamma b \neq 0$. Damit ist der gesamte Grundbruchwiderstand bei Berechnung nach einem einheitlichen Bruchmechanismus größer als der mittels der Superpositionsmethode ermittelte.

2.3.5 Normierung zur Berechnung des Grundbruchwiderstands

In Deutschland ist DIN 4017 (2006): „Baugrund – Berechnung des Grundbruchwiderstands von Flachgründungen“ in Kombination mit der DIN 1054 (2010): „Baugrund – Sicherheitsnachweise im Erd- und Grundbau – Ergänzende Regelungen zu DIN EN 1997-1“ zur Beurteilung der Standsicherheit von Flachgründungen anzuwenden. In der DIN 4017 (2006) werden die dreiteilige Berechnungsformel und die Superpositionsmethode nach Terzaghi (1943) verwendet. Unter Berücksichtigung verschiedener geotechnischer und geometrischer Parameter ergibt sich die nachstehende Gleichung in der DIN 4017 (2006):

$$R_n = b \cdot \underbrace{(c \cdot N_c)}_{\text{Kohäsion}} + \underbrace{\gamma \cdot b \cdot N_b}_{\text{Fundamentbreite}} + \underbrace{d \cdot \gamma \cdot N_d}_{\text{Gründungstiefe}} \quad (2.54)$$

mit

$$N_i = N_{i0} \cdot v_i \cdot i_i \cdot \lambda_i \cdot \xi_i \quad (2.55)$$

N_{i0} ist der Basistragfähigkeitsbeiwert, v_i ist der Formbeiwert, i_i ist der Lastneigungsbeiwert, λ_i ist der Geländeneigungsbeiwert und ξ_i ist der Sohlneigungsbeiwert. Die Basistragfähigkeitsbeiwerte N_{i0} können nach den folgenden Gleichungen berechnet werden:

$$N_{d0} = \tan^2(45^\circ + \varphi/2) \cdot e^{\pi \cdot \tan \varphi} \quad (2.56)$$

$$N_{c0} = (N_{d0} - 1) / \tan \varphi \quad (2.57)$$

$$N_{b0} = (N_{d0} - 1) \cdot \tan \varphi \quad (2.58)$$

Die klassischen Lösungen nach Prandtl (1920) und Reissner (1924) für die Tragfähigkeitsbeiwerte N_{c0} und N_{d0} werden von der DIN 4017 (2006) weiter verwendet. Der klassische Bruchmechanismus nach Prandtl (1920) ist nach der DIN 4017 (2006) für N_{c0} und N_{d0} maßgebend. Der maßgebende Bruchmechanismus zur Berechnung des N_{b0} wird von der DIN 4017 (2006) nicht definiert, damit ist der Tragfähigkeitsbeiwert N_{b0} nicht mathematisch abgeleitet. Die mittels der empirische Gleichung (2.58) errechneten N_{b0} sind um $1/3$ höher als die mit Gleichung (2.52) nach Brinch-Hansen (1970) ermittelte und stimmen mit den Ergebnissen der umfangreichen großmaßstäblichen Belastungsversuche der Deutschen Gesellschaft für Bodenmechanik (Degebo) (Muhs, 1971 und Muhs und Weiss, 1971) überein (DIN 4017, 1979).

Zusätzlich wird das N_{b0} in der DDR-Norm TGL 11464/02 (1986) mittels der Gleichung (2.59) berechnet. Auch dafür ergibt sich keine Definition des Bruchmechanismus, womit der Lösungsweg nicht nachvollziehbar ist.

$$N_{b0} = (1 + \tan \varphi) (0,2 \cdot 10^{2,5 \tan \varphi} + 0,05) - 0,25 \quad (2.59)$$

2.4 Analytische Berechnungsverfahren für inhomogenem Untergrund

Das Hauptziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines Berechnungsverfahrens zur Bestimmung des Grundbruchwiderstands einer Flachgründung auf inhomogenen Untergrund (Gründungspolster). In den folgenden Abschnitten werden die derzeit vorhandenen Berechnungsverfahren für inhomogenen Untergrund vorgestellt.

2.4.1 Berechnungsverfahren nach Meyerhof und Hanna

Ein Berechnungsansatz für ein Fundament auf einem zweischichtigen Untergrund, welcher aus einer stärkeren Oberschicht und einer weicheren Unterschicht besteht (Abbildung 2.18), wurde von Meyerhof und Hanna (1978) in Anlehnung an ein Durchstanzversagen abgeleitet. Die Formel wird durch den Vergleich der Berechnungsergebnisse mit Versuchsergebnissen von Adams und Collin (1997) überprüft. Die Hypothese dieses Verfahrens ist, dass die Auflast auf dem Fundament durch ein Durchstanzversagen auf die weichen Schichten geleitet wird.

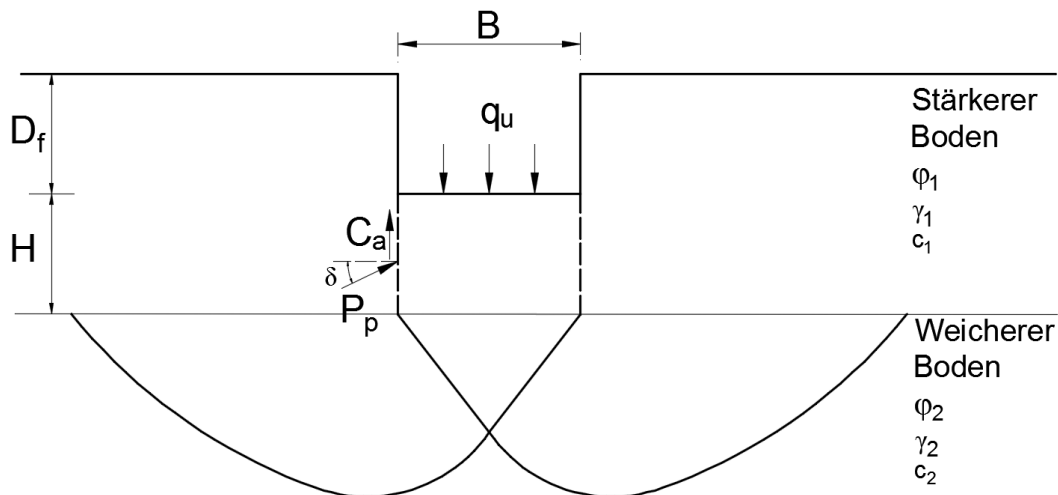


Abbildung 2.18: Bruchmechanismus des inhomogenen Untergrunds mit stärkerer Oberschicht nach Valsangkar und Meyerhof (1979)

Mit dem Bruchmechanismus nach Abbildung 2.18 haben Meyerhof und Hanna (1978) die folgende Gleichung zur Berechnung des Grundbruchwiderstands ermittelt, bei der sich der Gesamtwiderstand aus der Summe der Grundbruchwiderstände des untenliegenden Weichbodens q_b und der Reibung aus dem passiven Erddruck und der Kohäsion der obenliegenden, tragfähigen Schicht ergibt:

$$q_u = q_b + 2 \cdot \frac{C_a + P_p \cdot \sin \delta}{B} - \gamma_1 H = q_b + \frac{2c_a H}{B} + \gamma_1 H^2 \left(1 + \frac{2D_f}{H}\right) \frac{K_p \tan \delta}{B} - \gamma_1 H \quad (2.60)$$

mit

$$q_b = c_2 N_{c(2)} + \gamma_1 (D_f + H) N_{q(2)} + \frac{1}{2} \gamma_2 B N_{\gamma(2)} \quad (2.61)$$

K_p ist der passive Erddruckbeiwert nach Caquot und Kerisel (1949). Um den Neigungswinkel δ zu bestimmen, wird von Meyerhof und Hanna ein Durchstanzkoeffizient K_s angenommen, woraus sich die Gleichung (2.62) ergibt:

$$K_p \tan \delta = K_s \tan \varphi_1 \quad (2.62)$$

Der Durchstanzkoeffizient K_s ist abhängig vom δ/φ_1 -Verhältnis. Des weiteren haben Meyerhof und Hanna (1978) ermittelt, dass das δ/φ_1 -Verhältnis und das c_a/c_1 -Verhältnis mit der Zunahme des q_2/q_1 -Verhältnisses ansteigen. Die Beziehung zwischen K_s , c_a/c_1 und q_2/q_1 wird von den Autoren grafisch dargestellt, wobei q_1 und q_2 dem Grundbruchwiderstand eines Fundamentes entsprechen, das auf der Oberfläche von Untergrund (ohne Einbindetiefe) mit homogenem stärkerem (φ_1) oder weicherem (φ_2) Bodenmaterial (Abbildung 2.18) liegt. Aus den Tragfähigkeitsbeiwerten nach den Gleichungen (2.47) und (2.50) ergibt sich q_i :

$$q_i = c_i N_{c(i)} + \frac{1}{2} \gamma_i B N_{\gamma(i)} \quad (2.63)$$

Bei großer Mächtigkeit der oberen Schicht kann der Bruchmechanismus komplett dort liegen und der Grundbruchwiderstand wird wie für den homogenen Untergrund berechnet. Der maximale gesamte Grundbruchwiderstand q_u wird durch Gleichung (2.64) definiert und muss kleiner oder gleich dem maximalen gesamten Grundbruchwiderstand q_t sein.

$$q_t = c_1 N_{c(1)} + q N_{q(1)} + \frac{1}{2} \gamma_1 B N_{\gamma(1)} \geq q_u = q_b + \frac{2c_a H}{B} + \gamma_1 H^2 \left(1 + \frac{2D_f}{H}\right) \frac{K_s \tan \varphi_1}{B} - \gamma_1 H \quad (2.64)$$

Das Verfahren nach Meyerhof und Hanna (1978) wurde vom britischen ‚*Building Research Establishment*‘ im Jahr 2004 als BR 470 veröffentlicht. Das BR 470 (2004) gilt für den Einbau einer bewehrten oder unbewehrten Tragschicht auf weichem Boden.

2.4.2 Berechnungsverfahren nach DIN 4017

Neben dem Grundbruchwiderstand für homogene Verhältnisse erlaubt DIN 4017 (2006) bis zu einem gewissen Maß zusätzlich die Ermittlung bei inhomogenen Baugrundverhältnissen. Bei einer maximalen Abweichung von höchstens 5° der Reibungswinkel der verschiedenen Bodenschichten vom arithmetischen Mittelwert (5°-Kriterium) darf über ein iteratives Verfahren eine Homogenisierung der Schichten erfolgen. Die eigentliche Berechnung des Grundbruchwiderstands erfolgt somit anhand eines fiktiv-homogenen Zustands. Die Ersatzkohäsion und der Ersatzreibungswinkel zur Bestimmung des Grundbruchwiderstands des homogenisierten Baugrundes werden durch die Mittelung der anteiligen Längen der Teilgleitflächen berechnet. Die mittlere Wichte des inhomogenen Baugrundes wird aus den einzelnen Teilflächen des Gleitkörpers abgeleitet. Die Berechnung wird mit dem arithmetischen Mittelwert des Reibungswinkels angefangen, und die endgültigen Bodenkenngrößen werden in der Regel mit zwei Iterationsschritte bestimmt. (DIN 4017, 2006b)

Abbildung 2.19 zeigt beispielhaft die Änderung der Gleitfläche durch die Iteration. Das beschriebene Verfahren stellt ein Näherungsverfahren dar, das nur bei Einhaltung des 5°-

Kriteriums angewendet werden darf. Weicht ein oder weichen mehrere Reibungswinkel um mehr als 5° vom arithmetischen Mittel ab, so sind laut DIN 4017 (2006) die ungünstigsten Bruchmechanismen nach dem Verfahren mit starren Körpern auf geraden Gleitlinien der DIN 4084 (2009) zu untersuchen.

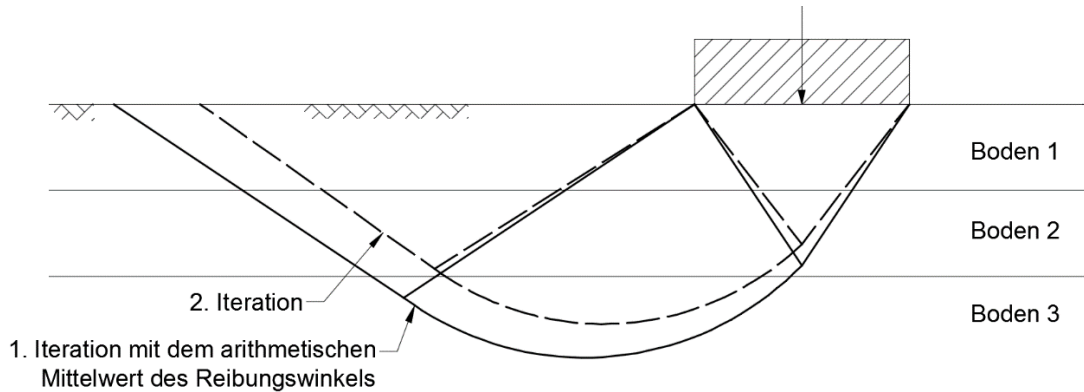


Abbildung 2.19: Iterationsverfahren nach DIN 4017 (2006) für inhomogenen Baugrund

Zusätzlich zu dem iterativen Verfahren sollte nach DIN 4017 (2006) für einen geschichteten Baugrund unter bestimmten Bedingungen, u. a. eine festere Deckschicht mit Reibungswinkel $\varphi > 25^\circ$ auf undrainiertem, wassergesättigtem Weichboden, ein Nachweis gegen Durchstanzen erfolgen. Der Widerstand gegen Durchstanzen kann gemäß DIN 4017 (2006) durch die Gleichung (2.65) berechnet werden, wobei a und b der Fundamentlänge und -breite, d_1 der Mächtigkeit der Deckschicht sowie c_u und N_c der Kohäsion und dem Tragfähigkeitsbeiwert des undrainierten Untergrunds entsprechen. In der Gleichung (2.65) ergeben sich drei weitere Koeffizienten: λ , A^* und B^* .

$$R_{n,k} = a \cdot b \cdot \frac{2 \left(1 + \frac{a}{b}\right) \cdot N_c \cdot c_u + \left(3 + 2 \cdot \frac{b}{a}\right) \cdot A^* \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot d_1}{\left(3 + 2 \cdot \frac{b}{a}\right) \cdot e^{-B^* \cdot \lambda} - 1} \quad (2.65)$$

Mit

$$N_c = (2 + \pi) \cdot \left(1 + 0,2 \cdot \frac{b}{a}\right) \quad (2.66)$$

$$\lambda = \frac{d_1}{a} + \frac{d_1}{b} \quad (2.67)$$

Für biegesteife Fundamente gilt:

$$A^* = 1,11 \cdot 10^{-6} \cdot \varphi^3 - 2,01 \cdot 10^{-4} \cdot \varphi^2 + 9,17 \cdot 10^{-2} \cdot \varphi \quad (2.68)$$

$$B^* = 1,66 \cdot 10^{-6} \cdot \varphi^3 - 3,02 \cdot 10^{-4} \cdot \varphi^2 + 1,38 \cdot 10^{-2} \cdot \varphi \quad (2.69)$$

2.4.3 Berechnungsverfahren nach EBGEO

Während der Großteil des Nachweises zur Grundbruchsicherheit in der EBGEO (2009) identisch mit denen nach DIN 4017 (2006) ist und auf ausreichend genauen Ansätzen beruht, unterscheiden sich die Nachweise zum Grundbruchversagen. Zwar dient auch der EBGEO (2009) das Verfahren nach DIN 4017 (2006) als Ausgangspunkt, jedoch wird die Gleichung zur Berechnung des Grundbruchwiderstands um die Korrekturfaktoren k_b , k_c und k_d erweitert. Die Korrekturfaktoren können wahlweise über empirische Gleichungen oder Diagramme ermittelt werden und berücksichtigen, dass das Versagen nicht in einem homogenen, sondern bereichsweise inhomogenen Boden stattfindet. Es ergibt sich somit in Anlehnung an DIN 4017 (2006) folgende Gleichung zur Ermittlung des Grundbruchwiderstands:

$$R'_n = a' \cdot b' \cdot (\gamma_1 \cdot b' \cdot N_{b,1} \cdot k_b + \gamma_1 \cdot d \cdot N_{d,1} \cdot k_d + c_1 \cdot N_{c,1} \cdot k_c) \quad (2.70)$$

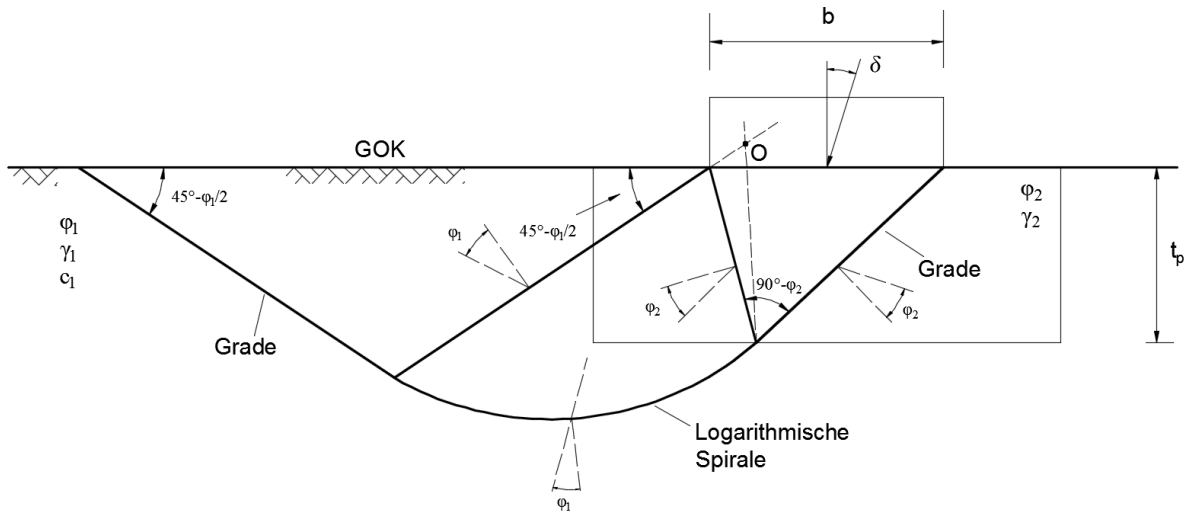


Abbildung 2.20: Bruchmechanismus des Gründungspolsters nach Wendt (1990)

Die Korrekturfaktoren k_b , k_c und k_d wurden von Wendt (1990) bestimmt. Hierfür nahm er die in Abbildung 2.20 dargestellte Gleitfläche, bestehend aus zwei Geraden, aktiver und passiver Zone sowie einer logarithmischen Spirale an. Durch Variation der Scherparameter im Bereich des Gründungspolsters und des vorhandenen Untergrunds sowie dem anschließenden Vergleich der Teilwiderstände des homogenen Baugrunds mit dem inhomogenen konnten die Korrekturfaktoren abgeleitet werden. Die Korrekturfaktoren k_b , k_c und k_d können mit der Gleichung (2.71) berechnet werden:

$$k_i = 1 + C \cdot k_{i,\delta} \cdot \left(\frac{t_p}{t_{p,\delta}} \right) \quad (2.71)$$

$t_{p,\delta}$ entsprechen der Tiefen der Spitzen des aktiven Gleitkeils in Abbildung 2.20 und wird für den Fall mit lotrechter Beanspruchung ($\delta = 0$) durch die Gleichung (2.72) ermittelt:

$$t_{p,\delta} = \frac{b}{2} \cdot \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2}\right) \quad (2.72)$$

Der von den Reibungswinkeln des weichen Untergrunds sowie des Gründungspolsters abhängige Beiwert C wird folgendermaßen definiert:

$$C = \left[\frac{2}{\varphi_1} \cdot \sqrt{40^\circ - \varphi_2} \cdot \left(\frac{\varphi_2}{\varphi_1} \right)^{0,7} + 1 \right]^{-1} \quad (2.73)$$

Für Gründungspolster mit $\varphi_2 \geq 40^\circ$ ist $C = 1$ zu setzen. Die von der Lastneigung abhängigen Korrekturfaktoren $k_{b,\delta}$, $k_{c,\delta}$ und $k_{d,\delta}$ sind in der EBGEO (2009) grafisch dargestellt, dazu sind die polynomischen Gleichungen für verschiedene Lastneigungen gegeben. Die Gleichungen (2.74) und (2.75) sind die Korrekturfaktoren für $\delta = 0$:

$$k_{b,0} = 34,909 \cdot \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right)^4 - 105,54 \cdot \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right)^3 + 118,92 \cdot \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right)^2 - 61,1 \cdot \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right) + 12,837 \quad (2.74)$$

$$k_{d,0} \text{ bzw. } k_{c,0} = -1,612 \cdot \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right)^4 + 3,728 \cdot \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right)^3 - 2,99 \cdot \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right)^2 - 0,21 \cdot \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right) + 0,66 \quad (2.75)$$

2.5 Analytische Berechnungsverfahren für bewehrten Untergrund

Die Grundbruchwiderstandserhöhung eines bewehrten Gründungspolstersystems wird durch Widerstände aus der Bewehrungswirkung von Geokunststoffen bzw. Geogittern ermöglicht. Drei bekannte Verfahren zur Bestimmung der Bewehrungswirkung werden in den folgenden Abschnitten vorgestellt.

2.5.1 Berechnungsverfahren nach Michalowski

Ein analytischer Ansatz der Bewehrungswirkung von bis zu drei Geokunststofflagen in homogenem Untergrund wurde von Michalowski (2004) mit dem Multi-Block Verfahren (Abbildung 2.21) veröffentlicht. Zwei Versagenstypen werden dabei vom Autor definiert:

1) *pull-out failure* mit *strong reinforcement*. Wenn die Zugfestigkeit des Geokunststoffs, die aus der Reibungskraft zwischen Boden und Geokunststoff entsteht, größer als die maximale Zugkraft innerhalb des Geokunststoffs ist, wird die Erhöhung des Grundbruchwiderstands mittels des Herausziehwiderstands errechnet.

2) *tension failure* mit *weak reinforcement*. Wenn die Geokunststoffe eine relativ kleine Zugfestigkeit haben, ist die Erhöhung des gesamten Grundbruchwiderstands infolge des Geokunststoffs abhängig von dessen Zugfestigkeit.

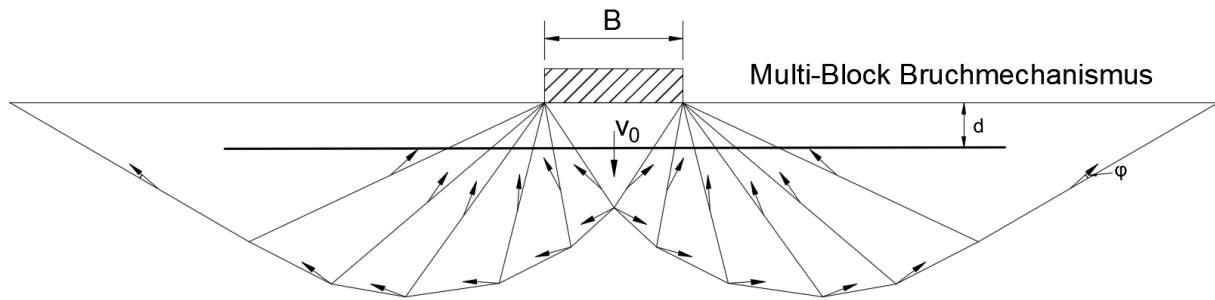


Abbildung 2.21: Multi-Block Bruchmechanismus für bewehrten Untergrund nach Michalowski (2004)

Für das ‚pull-out failure‘ wird von Michalowski (2004) die Gleichung (2.76) angegeben, die hauptsächlich aus zwei Teilen besteht: ein Teil entspricht dabei dem Grundbruchwiderstand des Untergrunds, der andere der Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge der Bewehrung. Diese Gleichung basiert auf der klassischen Grundbruchformel nach Terzaghi (1943). Mit der zusätzlichen Wirkung des Geokunststoffs infolge der Kohäsion, der seitlichen Auflast und des Bodeneigengewichts ergibt sich:

$$q_u = \frac{1}{1 - \mu M_p \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{B}} \left[c(N_c + n f_c M_c) + q(N_q + n \mu M_q) + \gamma B \left(\frac{1}{2} N_\gamma + \mu M_\gamma \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{B} \right) \right] \quad (2.76)$$

μ und f_c sind die Reibungskoeffizienten zwischen dem Geokunststoff und dem Boden. d_i entspricht der Tiefe der i -ter Lage des Geokunststoffs. N_c , N_q und N_γ sind die Tragfähigkeitsbeiwerte nach den Gleichungen (2.5), (2.6) und (2.53). Die anderen Koeffizienten in der Gleichung (2.76) wie M_c , M_q , M_γ und M_p sind nach den numerischen Ergebnissen näherungsweise in Tabelle 2.2 angegeben.

Tabelle 2.2: Koeffizienten für ‚pull-out failure‘ nach Michalowski (2004)

Anzahl der Bewehrungsanlagen	$M_c = M_q = M_\gamma$	M_p
Singulare Bewehrungsanlage	$1,6 \cdot (1 + 8,5 \cdot \tan^{1,3} \varphi)$	$1,5 - 1,25 \cdot 10^{-2} \varphi$
Zwei Bewehrungsanlagen	$1,1 \cdot (1 + 10,6 \cdot \tan^{1,3} \varphi)$	$0,75 - 6,25 \cdot 10^{-3} \varphi$
Drei Bewehrungsanlagen	$0,9 \cdot (1 + 10,6 \cdot \tan^{1,3} \varphi)$	$0,5 - 6,25 \cdot 10^{-3} \varphi$

Für das ‚tension failure‘ hat Michalowski (2004) mit der Superpositionsmethode die Gleichungen (2.77) oder (2.79) zur Berechnung des gesamten Grundbruchwiderstands des Untergrunds mit horizontaler Bewehrung vorgeschlagen. Wenn die Bewehrungslagen unter

den Randbedingungen nach Michalowski (2004) angeordnet werden, wird der Grundbruchwiderstand grundsätzlich mit der Gleichung (2.77) berechnet:

$$q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma + \frac{nT_t}{B}M_r \quad (2.77)$$

n ist der Anzahl der Gitteranlagen, T_t ist die Zugfestigkeit des Geokunststoffs, und

$$M_r = 2 \cos\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \cdot e^{\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \tan \varphi} \quad (2.78)$$

Wenn die Bewehrungsanlagen mit kleiner Distanz angeordnet sind, wird die Gleichung (2.79) zur Ermittlung des Grundbruchwiderstands angenommen,

$$q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma + k_t M'_r \quad (2.79)$$

mit

$$k_t = \frac{T_t}{s} \quad (2.80)$$

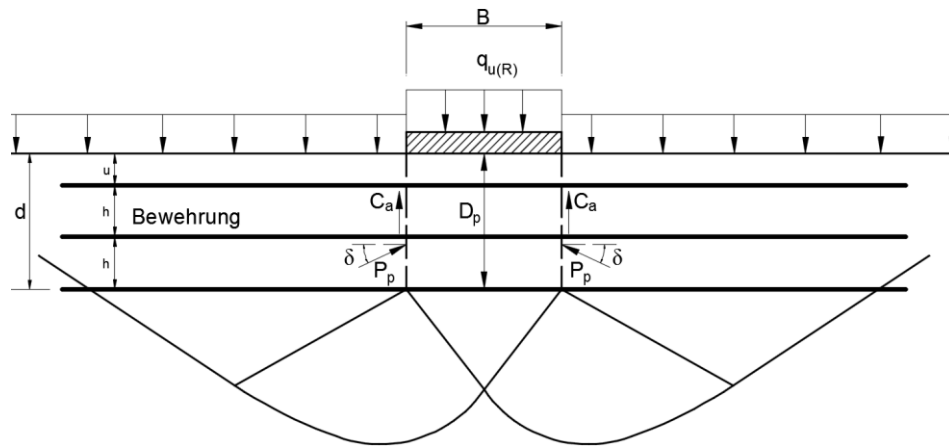
$$M'_r = (1 + \sin \varphi) \cdot e^{\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) \tan \varphi} \quad (2.81)$$

s entspricht dem vertikalen Abstand zwischen die Bewehrungsanlagen.

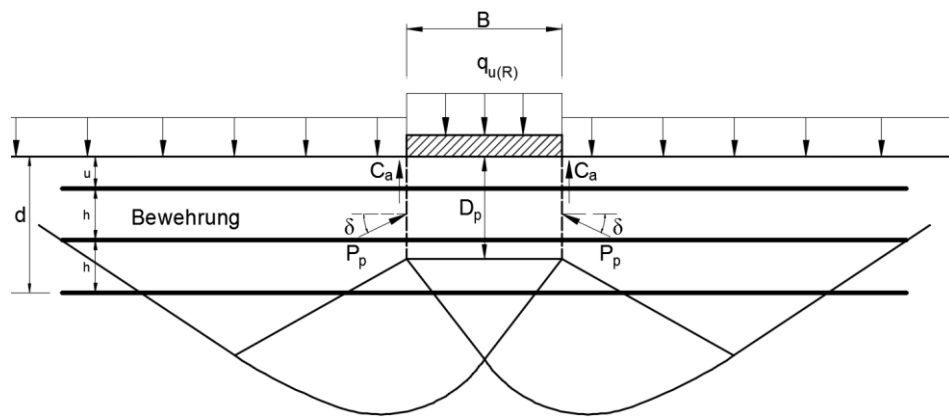
2.5.2 Berechnungsverfahren nach Chen

Chen (2007) hat ein analytisches Verfahren zur Berechnung des gesamten Grundbruchwiderstands des mit Geokunststoff bewehrten homogenen Untergrunds veröffentlicht. Neben den Bruchmechanismen nach Biquet und Lee (1975) – Bruchkörper liegt oberhalb der ersten Bewehrungsanlage – und nach Wayne et al. (1998) – Bruchkörper liegt innerhalb der Bewehrung – werden drei mögliche Bruchmechanismen (Abbildung 2.22) von Sharma et al. (2009) und Chen et al. (2015) für den bewehrten homogenen Untergrund vorgestellt.

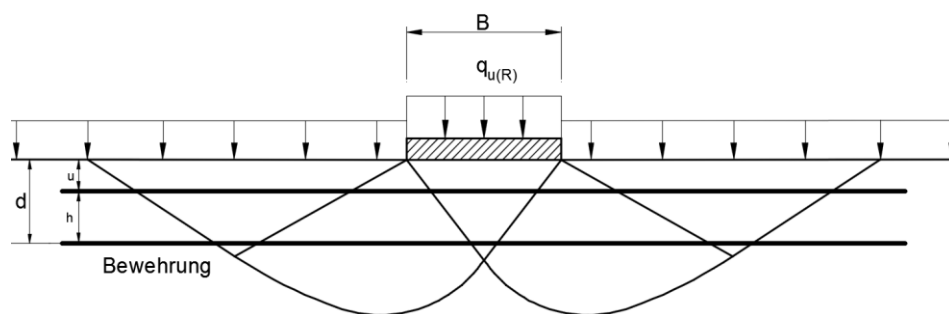
Bei dem in Abbildung 2.22 a) dargestellten Bruchmechanismus ($D_p = d$) entsteht das Durchstanzversagen durch die gesamte Bewehrungszone. Der allgemeine Grundbruch erscheint unterhalb der letzten Bewehrungsanlage. In dem Bruchmechanismus in Abbildung 2.22 c) ($D_p = 0$) entsteht der allgemeine Grundbruch direkt unter dem Fundament und setzt sich durch die Bewehrungszone fort. Dabei wird der Einfluss der Bewehrungsanlagen auf dem Bruchmechanismus vernachlässigt. Ein Mix-Bruchmechanismus wird in Abbildung 2.22 b) ($0 < D_p < d$) beschrieben.



a) Bruchmechanismus ähnlich wie auf Zwei-Schicht Untergrund nach Meyerhof und Hanna (1978)



b) Grundbruchmechanismus gefolgt von Durchstanzen



c) Grundbruchmechanismus durch die Bewehrungszone

Abbildung 2.22: Bruchmechanismen der Flachgründung auf bewehrtem homogenem Untergrund nach Chen (2007)

Durch Superponieren des Grundbruchwiderstands des vorhandenen Untergrunds (q_u) und der zusätzlichen Wirkung der Bewehrung (Δq_T) ergibt sich die vereinfachte Gleichung (2.82):

$$q_{u(R)} = q_u + \Delta q_T \quad (2.82)$$

Die Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge der Bewehrung (Δq_T) wird durch zwei Effekte beschrieben:

- 1) *Confinement effect*: Durch die relative Verschiebung zwischen Boden und Bewehrung wird Reibung am Boden-Bewehrungs-Interface erzeugt. Damit wird die Scherfestigkeit des Bodens erhöht, und der Grundbruchwiderstand des Fundamentes nimmt mit der Druckfestigkeit des Bodens zu.
- 2) *Membrane effect*: Die Beanspruchung auf dem Fundament verursacht Setzungen, wodurch an der Bewehrung gezogen wird. Dabei entsteht Dehnung bzw. Zugkraft. Der Grundbruchwiderstand des Fundamentes wird durch die Kraftkomponenten in der Bewehrung erhöht, die dem Zugbruch und Herauszug ausreichende Zugfestigkeit und Einbindelänge in den Boden entgegensetzen muss.

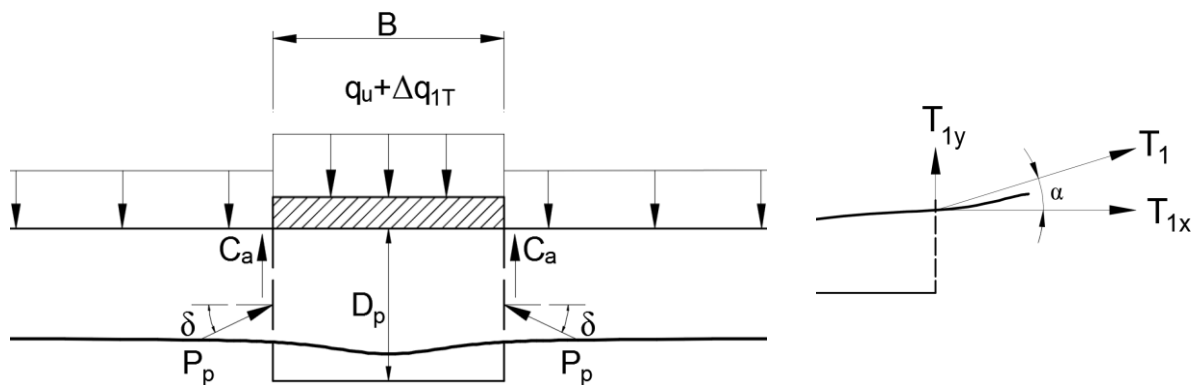


Abbildung 2.23: Durchstanzen in der Bewehrungszone nach Chen und Abu-Farsakh (2015)

Wenn die Bewehrungslage in der Durchstanzenzone (Abbildung 2.23) liegt, kann die Erhöhung des Grundbruchwiderstands durch die Gleichung (2.83) berechnet werden:

$$\Delta q_{1T} = \underbrace{\frac{2T_{1x} \tan \delta}{B}}_{\text{Confinement effect}} + \underbrace{\frac{2T_{1y}}{B}}_{\text{Membrane effect}} \quad (2.83)$$

mit

$$T_{1x} = T_1 \cos \alpha \quad \text{und} \quad T_{1y} = T_1 \sin \alpha \quad (2.84)$$

T_1 ist die Zugkraft in der Bewehrungsanlage an der vertikalen Bruchfläche. T_{1x} ist die horizontale Komponente von T_1 , die den *Confinement effect* verursacht. Die vertikale Komponente T_{1y} erzeugt den *Membrane effect*. Der Neigungswinkel der passiven Kraft auf

$$\Delta q_{2T} = \frac{2P_{pT} \cdot \sin\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)}{B} + \frac{2T_2 \sin \xi}{B} = \underbrace{\frac{4T_{2x} \cdot (\mu + (i-1)h - D_p)}{B^2}}_{\text{Confinement effect}} + \underbrace{\frac{2T_2 \sin \xi}{B}}_{\text{Membrane effect}} \quad (2.88)$$

mit

$$T_{2x} = \frac{T_2 \sin(45^\circ + \varphi/2 - \xi)}{\sin(45^\circ + \varphi/2)} \quad (2.89)$$

Analog zu dem Verfahren nach Meyerhof und Hanna (1978) für den zweischichtigen Untergrund ergibt sich die folgende Gleichung zur Berechnung des Grundbruchwiderstands von mehrlagig bewehrtem homogenem Untergrund:

$$q_{u(R)} = q_b + \frac{2c_a H}{B} + \gamma_1 H^2 \left(1 + \frac{2D_f}{H}\right) \frac{K_p \tan \delta}{B} - \gamma_1 H + \Delta q_T \quad (2.90)$$

mit

$$\Delta q_T = \sum_{i=1}^{N_p} \left(\frac{2T_{ix} \tan \delta + 2T_i \sin \alpha}{B} \right) + \sum_{i=N_p+1}^{N_T} \left(\frac{2T_i \sin \xi}{B} \right) + \sum_{i=N_p+1}^N \left\{ \frac{4T_{ix} [\mu + (i-1)h - D_p]}{B^2} \right\} \quad (2.91)$$

N ist die gesamte Anzahl der Bewehrungsanlagen. N_p entspricht der Anzahl der Bewehrungsanlagen, die in der Durchstanzzone liegen und N_T ist die Anzahl der Bewehrungsanlagen, die oberhalb des Spitzenpunkts des aktiven Gleitkeiles von dem allgemeinen Grundbruchkörper liegen. T_i ist die Zugkraft in der i -ter Bewehrungsanlage, deren horizontale Komponente T_{ix} kann unter Berücksichtigung der genauen Lagerungstiefe mit der folgenden Gleichung berechnet werden.

$$T_{ix} = \begin{cases} T_i \cos \alpha, & i \leq N_p \\ \frac{T_i \sin\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} + \beta - \xi\right)}{\sin\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} + \beta\right)}, & i > N_p \end{cases} \quad \text{mit } \beta = \begin{cases} 0 & \mu + (i-1)h \leq D_p + \frac{B}{2} \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) \\ \theta & \mu + (i-1)h > D_p + \frac{B}{2} \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right), \quad r_0 e^{\theta \tan \varphi} = \frac{\mu + (i-1)h}{\cos(45^\circ - \varphi/2 - \theta)} \end{cases} \quad (2.92)$$

2.5.3 Berechnungsverfahren nach EB GEO

In der EB GEO (2009) ist auch ein Berechnungsansatz für die Bewehrungswirkung angegeben. Der Grundbruchwiderstand des bewehrten Gründungspolsters wird mit der Gleichung (2.93) ermittelt:

$$R_n = R'_n + \Delta R_n \quad (2.93)$$

R'_n ist der Grundbruchwiderstand des Gründungspolsters nach Gleichung (2.70). Die Erhöhung des Widerstandes wird durch eine aus den Bewehrungskräften der Geokunststoffe resultierende Komponente ΔR_n berechnet, δ ist die Lastneigung:

$$\Delta R_n = \frac{\cos \varphi_2 \cdot \cos \delta}{\cos(\vartheta_{a,\delta} - \delta)} \cdot \sum_{i=1}^n R_i \quad (2.94)$$

R_i wird entweder durch den charakteristischen Wert des Herausziehwiderstands R_{Ai} des Geogitters oder durch den charakteristischen Widerstand des Geogitters (Bemessungszugfestigkeit der Bewehrung) R_{Bi} beschrieben. Der Herausziehwiderstand der Bewehrung R_{Ai} beträgt:

$$R_{Ai} = 2 \cdot f_{sg} \cdot \left(\frac{N}{b} \cdot l_{in,i} + \sigma_{v,i} \cdot l_{ü,b} \right) \quad (2.95)$$

f_{sg} ist der Reibungskoeffizient zwischen Füllboden und dem Geokunststoff. N ist die vertikale Belastung. $\sigma_{v,i}$ ist die vertikale Spannung infolge des Bodeneigengewichts in der i -ter Bewehrungsanlage. $l_{in,i}$ und $l_{ü,b}$ entsprechen der Länge zwischen Bruchkeil und Fundamentgrundrisskante der i -ter Bewehrungsanlage sowie der Bewehrungslänge, die über die Fundamentgrundrisskante hinausragt, und sind der Abbildung 2.25 zu entnehmen.

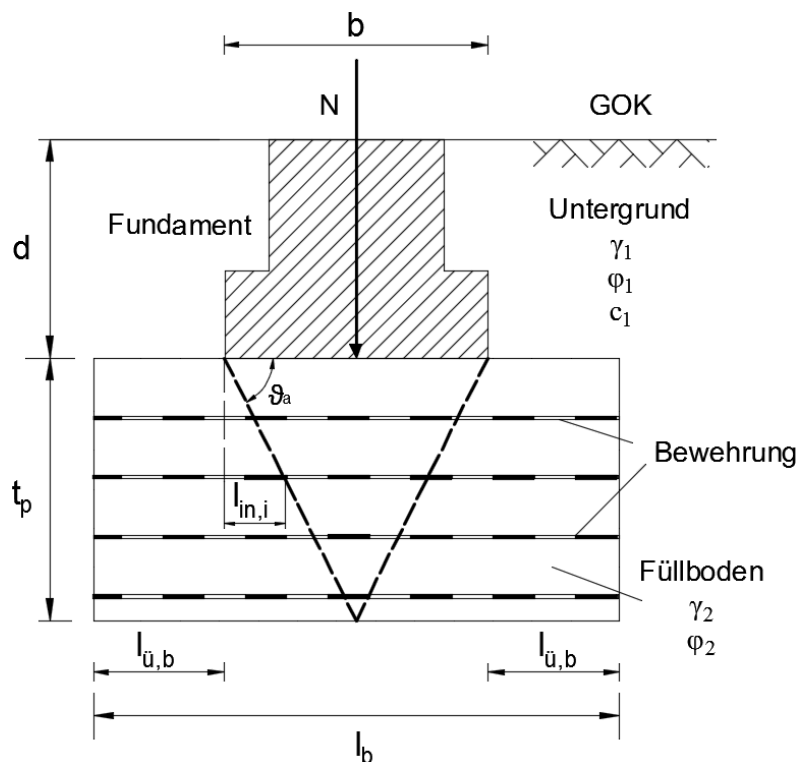


Abbildung 2.25: Bruchkörper innerhalb des bewehrten Gründungspolsters mit vertikaler Belastung nach EBGE0 (2009)

Die Bemessungszugfestigkeit der Bewehrung R_{Bi} wird mit der Kurzzeitfestigkeit R_{Bi0} unter Berücksichtigung der Abminderungsfaktoren A_i nach der Gleichung (2.96) berechnet:

$$R_{Bi} = \frac{R_{Bi0}}{A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 \cdot A_5} \quad (2.96)$$

A_1 ist der Abminderungsfaktor zur Berücksichtigung der Kriechdehnung bzw. des Zeitstandverhaltens. A_2 ist der Abminderungsfaktor zur Berücksichtigung der möglichen Beschädigung der Bewehrung bei Einbau, Transport und Verdichtung. A_3 ist der Abminderungsfaktor zur Berücksichtigung der Verarbeitung der Bewehrung. A_4 ist der Abminderungsfaktor zur Berücksichtigung von Umgebungseinflüssen, z. B. der Beständigkeit der Bewehrung gegenüber Chemikalien, Tieren und Mikroorganismen. A_5 ist der Abminderungsfaktor zur Berücksichtigung der Einflüsse von dynamischen Einwirkungen.

2.6 Berechnung des Grundbruchwiderstands mit numerischen Verfahren

Neben den analytischen Berechnungsverfahren zur Berechnung des Grundbruchwiderstands von Flachgründungen, gibt es zwei aktuell häufig genutzte numerische Methoden: die Finite-Elemente Methode (FEM) und die Kinematische-Elemente-Methode (KEM), die im Folgenden erläutert werden sollen.

2.6.1 Finite-Elemente-Methode (FEM)

Die Finite-Elemente-Methode ist eine numerische Methode zur Untersuchung der Standsicherheit von Bauwerken in der Geotechnik. Hierbei wird das Modell in viele kleine Teilgebiete zerlegt. Durch die Zusammenfassung der Elementsteifigkeiten zu einem globalen Gleichungssystem erfolgt unter Berücksichtigung der Randbedingungen eine anschließende Lösung. Für eine ausführliche Beschreibung der Finite-Elemente-Methode wird an dieser Stelle auf Bathe (1982) oder Zienkiewicz und Taylor (2000) verwiesen.

Griffiths (1982a), Potts und Zdravkovic (2001), ebenso wie Hjiat et al. (2005), Beutinger (2005) und Hintner (2008) haben gezeigt, dass sich die Finite-Elemente-Methode ebenfalls zur Berechnung grundbruchartiger Problemstellungen für den homogenen Untergrund eignet. Hierbei können ähnlich der analytischen Lösung die Tragfähigkeitsbeiwerte N_c , N_d und N_b getrennt voneinander ermittelt werden. Beispielsweise werden zur Berechnung des Tragfähigkeitsbeiwerts N_c für eine homogene Modellsituation eine seitliche Auflast oder das Bodeneigengewicht vernachlässigt und nur die Scherparameter, Reibungswinkel und Kohäsion einbezogen. Die seitliche Auflast wird deaktiviert und das Bodeneigengewicht wird nicht berücksichtigt. Durch Aufbringung einer Verschiebung, die eine Breite identisch wie die Fundamentbreite hat, kann eine Gleitfläche entsprechend derer von Prandtl (1920) bestimmt

werden. Die Berechnung zur Ermittlung von N_d zeigt eine ähnlich gute Übereinstimmung mit der theoretisch abgeleiteten Form der Bruchmechanismen. Zur Definition des Tragfähigkeitsbeiwerts N_b wird neben dem Reibungswinkel nur das Eigengewicht berücksichtigt. Die Beanspruchung erfolgt äquivalent zur Berechnung von N_c bzw. N_d .

Van Baars (2016) hat mit der nicht-assozierten Fließregel (Dilatanzwinkel $\psi = 0$) sowohl die Tragfähigkeitsbeiwerte (N_c , N_d und N_b) als auch den maßgebenden Bruchmechanismus bestimmt. Im Vergleich zu den Tragfähigkeitsbeiwerten nach analytischen Ansätzen ergeben sich bei von Van Baars (2016) mittels der nicht-assozierten Fließregel relativ kleine Tragfähigkeitsbeiwerte. Der Hauptgrund dafür ist, dass die analytischen Ansätze nur nach den kinematisch zulässigen Bruchmechanismen mit der assoziierten Fließregel ($\psi = \varphi$) abgeleitet werden können (Vollenweider, 1970).

Die Anwendbarkeit der FEM für den inhomogenen (geschichteten) Untergrund wurde auch von Griffiths (1982b), Merifield et al. (1999) sowie Potts und Zdravkovic (2001) bestätigt. Ebenso ist eine weitere Nutzung der FEM für Fundamente auf bewehrtem Untergrund möglich.

2.6.2 Kinematische-Elemente-Methode (KEM)

Das kinematische Verfahren wurde von Gußmann (1982, 1986) zur Berechnung des Grundbruchwiderstands genutzt. Es wird als Kinematische-Element-Methode (KEM, engl. *kinematic element method*) bezeichnet. Das Kontinuum des Bruchkörpers wird hierbei durch endliche, starre, kinematisch verschiebbliche Elementen definiert. Nach Entwicklung bzw. Wahl eines geeigneten Bruchmechanismus wird der Grundbruchwiderstand nach den kinematischen und statischen Gleichungssystemen durch Optimierungsprozesse berechnet. Folgende Schritte sind in der KEM durchzuführen (Gußmann, 1982):

- Konstruktion eines kinematisch zulässigen Bruchmechanismus, der aus beliebigen starren Körpern zusammengesetzt ist.
- Ermittlung der Randbedingungen der einzelnen starren Körper nach dem Mohr-Coulomb'schen Bruchkriterium.
- Mathematische Beschreibung (Topologie) der Geometrie, einschließlich bodenmechanischer Zuordnung des zusammengesetzten Bruchmechanismus.
- Definition des kinematischen Gleichungssystems.
- Definition des statischen Gleichungssystems.
- Definition des Optimierungsprozesses mit Zielfunktion und Nebenbedingungen.
- Durchführung des Optimierungsprozesses durch Variation der Geometrie des zusammengesetzten Bruchmechanismus.

Die Kinematik und Statik sind nach Gußmann (1986) durch die folgenden Gleichungssysteme definiert:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{v} + \hat{\mathbf{v}}_N = \mathbf{0} \quad (2.97)$$

$$\tilde{\mathbf{K}} \cdot \mathbf{N}' + \tilde{\mathbf{F}} = \mathbf{0} \quad (2.98)$$

\mathbf{K} und $\tilde{\mathbf{K}}$ sind die Geometrie- und Reibungsmatrix. \mathbf{v} sind die Vektoren der unbekannten Absolutverschiebungskomponenten der starren Bodenelemente und $\hat{\mathbf{v}}_N$ sind die Normalkomponenten der umgebenden Elemente. \mathbf{N}' entsprechen den Vektoren der unbekannten effektiven Normalkräfte, $\tilde{\mathbf{F}}$ den Lastvektoren, die die kartesischen Komponenten der eingepprägten und äußeren Kräfte sowie der Kohäsion und des Wasserdrucks darstellen. Der Bruchmechanismus für die KEM soll von verschiedenen Bruchmechanismen mit Variation der Geometrie für den ungünstigsten Fall ausgewählt werden. Gußmann (2000) hat mit seinem Verfahren für den homogenen Untergrund, z. B. für $\varphi = 30^\circ$, den Grundbruchwiderstand bestätigt. Die Grundbruchwiderstände aus der KEM sind vergleichbar mit den Ergebnissen aus den analytischen Verfahren.

2.7 Fazit und Forschungsbedarf

Die vorangehende Literaturrecherche zeigt, dass bereits eine große Anzahl von Ansätzen und unterschiedlichen Theorien (analytisch/numerisch) zur Berechnung des Grundbruchwiderstands von Flachgründungen auf homogenem/inhomogenem und bewehrtem Untergrund von verschiedenen Autoren vorgestellt worden sind.

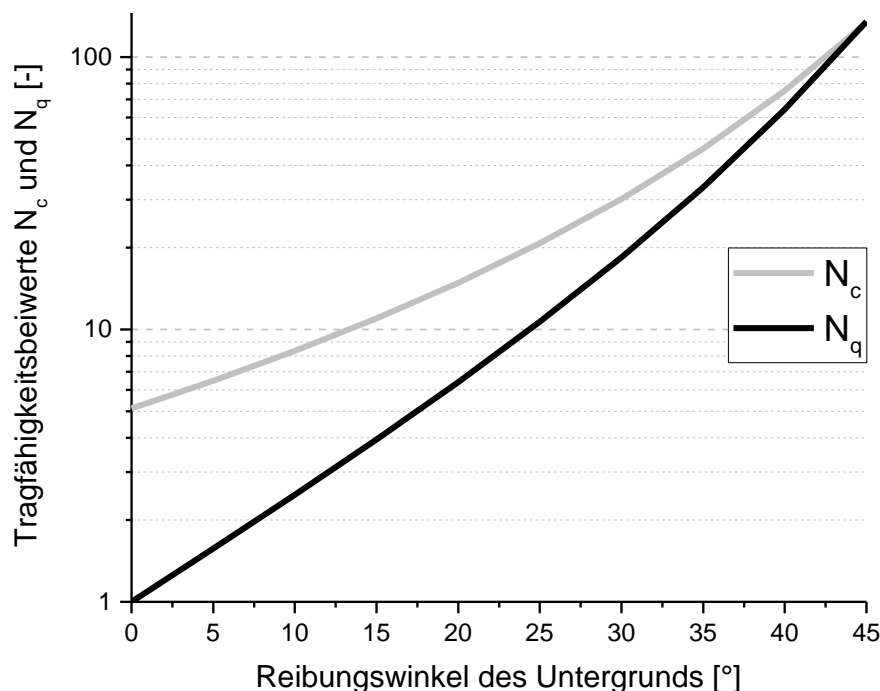


Abbildung 2.26: Tragfähigkeitsbeiwerte N_c (Prandtl, 1920) und N_q (Reissner, 1924)

Die klassische Lösung der Berechnung von N_c nach der Gleichung (2.30) und N_q (N_d) nach der Gleichung (2.31) für gewichtlosen Boden (Abbildung 2.26) mit dem klassischen Bruchmechanismus von Prandtl (Abbildung 2.26) sind in der Praxis weitgehend akzeptiert und mehrmals mittels verschiedener Verfahren wissenschaftlich nachvollzogen.

Außer den in den Abschnitt 2.3 vorgestellten Grundbruchtheorien wurden noch zahlreiche Berechnungsansätze zur Bestimmung der Tragfähigkeitsbeiwerte N_γ ($2 \cdot N_b$) ermittelt. So wurden 60 verschiedene Berechnungsverfahren zur Ermittlung des N_γ von Diaz-Segura (2013) zusammengefasst (Abbildung 2.27). Eine genaue Darstellung des Bruchmechanismus zur Berechnung des N_γ existiert bisher jedoch noch nicht.

Der gesamte Grundbruchwiderstand kann entweder mit der Superpositionsmethode, z. B. nach Terzaghi (1943) und Meyerhof (1951) oder mit einem einheitlichen Bruchmechanismus, z. B. nach Lundgren und Mortensen (1953) oder Michalowski (1997) berechnet werden. Der Vorteil der Superpositionsmethode ist, dass der damit ermittelte Grundbruchwiderstand immer auf der sicheren Seite liegt. Der Nachteil liegt darin, dass die Berechnung des gesamten Grundbruchwiderstands mit zwei unterschiedlichen Bruchmechanismen theoretisch nicht richtig ist.

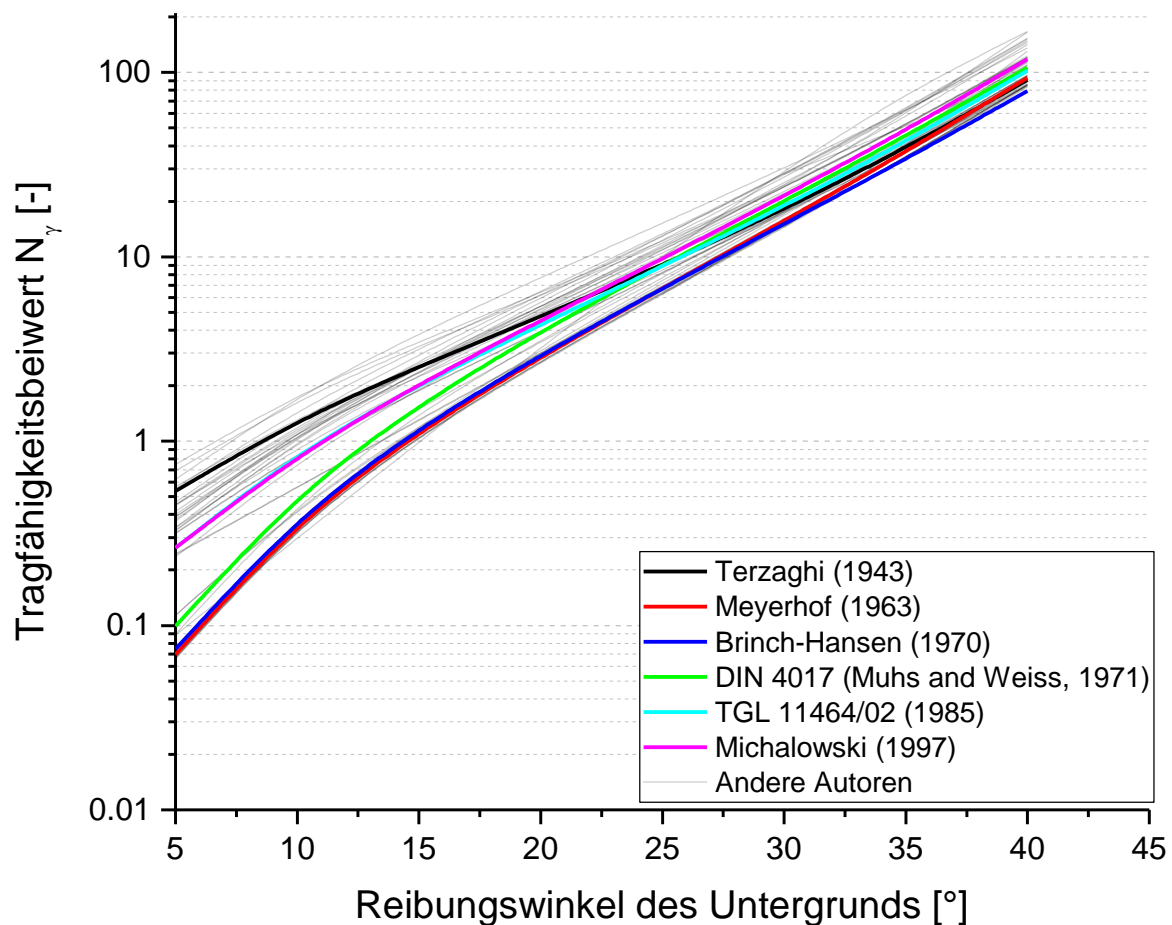


Abbildung 2.27: 60 verschiedene Varianten zur Ermittlung von N_γ nach Diaz-Segura (2013)

In Abschnitt 2.4 werden drei bekannte Berechnungsverfahren für den inhomogenen Untergrund vorgestellt. Unabhängig vom Verhältnis zwischen den Scherparametern der verschiedenen Bodenschichten wird der Grundbruchwiderstand mit dem Verfahren nach Meyerhof und Hanna (1978) immer mit senkrechter Bruchfuge in der oberen, starreren Schicht und dem allgemeinen Grundbruchmechanismus in der unteren, weichen Schicht berechnet – ein veränderter Bruchmechanismus kann somit nicht berücksichtigt werden. Das Verfahren nach DIN 4017 (2006) mit gemittelten homogenisierten Bodenparametern ist nur eine Näherungsberechnung des Grundbruchwiderstands, mit dem der tatsächliche Bruchmechanismus des Untergrunds nicht bestimmt werden kann. Obwohl der Einfluss der Mächtigkeit des Gründungspolsters auf die Korrekturfaktoren in der EBGeo (2009) berücksichtigt wird, haben sowohl die Mächtigkeit als auch die Breite des Gründungspolsters keinen Einfluss auf den Bruchmechanismus. Die weiteren Widersprüche/Mängel der EBGeo (2009) für das unbewehrte Gründungspolster wurden bereits von Emersleben et al. (2014) dargelegt. Weil sowohl das Verfahren nach DIN 4017 (2006) als auch das Verfahren in der EBGeo (2009) nicht nach einem maßgebenden Bruchmechanismus abgeleitet, sind die beiden Verfahren mathematisch nicht nachvollziehbar.

Die Verfahren nach Michalowski (2004) und Chen (2007) sind nur für den bewehrten homogenen Untergrund entwickelt. Die Methode für ein bewehrtes Gründungspolster nach EBGeo (2009) ist grundsätzlich von Wendt (1990) entwickelt worden, wobei die Gleichung (2.94) nicht identisch mit der vom Autor verwendeten originalen Gleichung (2.99) ist. Die Anwendbarkeit des Verfahrens nach EBGeo (2009) wird in Frage gestellt.

$$\Delta R_n = \frac{\sin \vartheta_{a,\delta} \cdot \cos \delta}{\cos(\vartheta_{a,\delta} - \delta)} \cdot \sum_{i=1}^n R_i \quad (2.99)$$

Der Einfluss der Bewehrung auf den Basisbruchmechanismus (Meyerhof und Hanna, 1978; Michalowski, 2004 und Wendt, 1990) wird in allen drei Verfahren vernachlässigt. Die Einwirkung der Bewehrung bzw. die Erhöhung des Grundbruchwiderstands wird durch die Superpositionsmethode auf den Grundbruchwiderstand des Basismechanismus addiert.

Mit den numerischen Verfahren FEM sowie KEM können sowohl der Grundbruchwiderstand als auch der maßgebende Bruchmechanismus bestimmt werden. Damit kann aber nur ein empirischer bzw. semi-analytischer Ansatz zur Berechnung des Grundbruchwiderstands von Flachgründungen entwickelt werden.

Die Idee dieser Arbeit ist, den Grundbruchwiderstand einer Flachgründung mit dem maßgebenden bzw. ungünstigsten Bruchmechanismus abzuleiten, jedoch wurde bisher kein allgemein gültiger Bruchmechanismus definiert. Auf Grundlage der Literaturrecherche über vorhandene Verfahren ergibt sich daraus folgender Forschungsbedarf:

- Entwicklung einer Methodik (verschiedene Berechnungsmodelle) zur Bestimmung des maßgebenden Bruchmechanismus von Flachgründungen auf homogenem, inhomogenem und bewehrtem Untergrund.
- Entwicklung von analytischen Berechnungsansätzen zur Ermittlung des Grundbruchwiderstands durch Ableitung des maßgebenden Bruchmechanismus.
- Durchführung numerischer Berechnungen mit den geeigneten Bodenparametern und Berechnungsmodellen.
- Verifizierung der analytischen Berechnungsansätze durch Vergleiche mit den Ergebnissen von numerischen Berechnungen.

3 Theoretische Grundlagen

3.1 Einleitung

Ziel dieser Arbeit ist es, den Grundbruchwiderstand eines Streifenfundamentes mit dem ebenen Verzerrungszustand bzw. die Standsicherheit gegen Grundbruch zu beurteilen, wobei die Hauptaufgabe die Bestimmung des maßgebenden Bruchmechanismus darstellt. Im folgenden Kapitel werden die theoretischen Grundlagen zur Entwicklung des Bruchmechanismus und die zur Verifizierung des analytischen Verfahrens verwendeten numerischen Methoden vorgestellt.

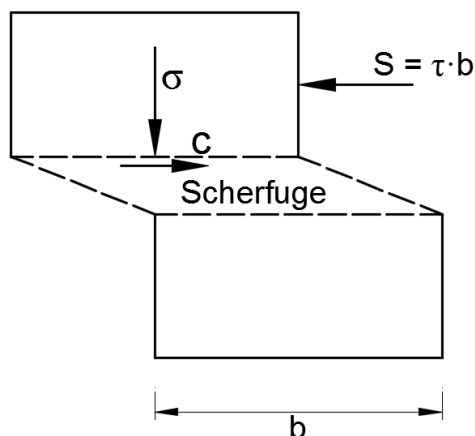
3.2 Grundlagen und Methodik zum analytischen Modell

Aus den bodenmechanischen Grundlagen ergeben sich verschiedene Plastizitätstheorien zur Beschreibung des Bruchzustands des Bodens. Die analytischen Berechnungsmodelle in dieser Arbeit basieren auf dem Mohr-Coulomb'schen Bruchkriterium und die gesamten Bruchkörper werden nach dem Starrkörperbruchmechanismus gebildet. Die maßgebenden bzw. ungünstigsten Bruchmechanismen von verschiedenen Modellen werden durch analytische Untersuchung mittels der Grenzgleichgewichtsmethode bestimmt.

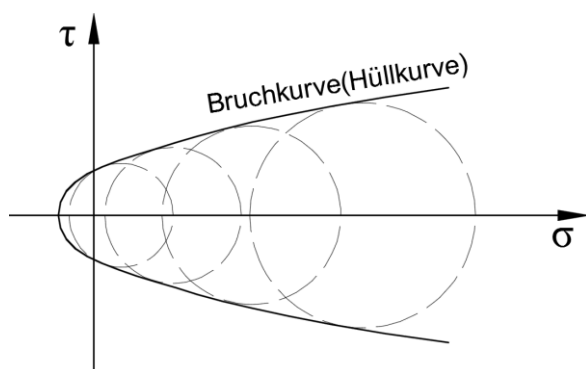
3.2.1 Bodenmechanische Grundlagen

3.2.1.1 Mohr-Coulomb'sches Bruchkriterium

Boden ist ein Material, das Druckspannung gut aufnehmen kann. Aber es ist im Gegensatz zu metallischen Materialien wie Stahl empfindlich gegen Scherspannungen. Wenn die Scherspannung auf einem Bodenelement bis zu einer Größe zunimmt, die der Boden nicht mehr aufnehmen kann, befindet sich dieser im Bruchzustand bzw. im Grenzzustand (Kempfert und Raithel, 2012a).



a) Bruchzustand eines Bodenelementes



b) Bruchbedingung im Boden

Abbildung 3.1: Bruchzustand und -bedingung im Boden (Kempfert und Raithel, 2012a)

Abbildung 3.1 zeigt die schematische Darstellung einer Scherfuge und die dazugehörigen Spannungszustände des im Bruchzustand befindlichen Bodens. Die Spannungskreise des Bodenelements, die gerade die Bruchbedingung erfüllen, können durch eine Hüllkurve beschrieben werden, die Bruchkurve genannt wird (Kempfert und Raithel, 2012a). Durch Linearisierung der Bruchkurve ergibt sich das Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium:

$$\tau' = \sigma' \cdot \tan \varphi + c' \quad (3.1)$$

Das Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium beschreibt die Beziehung zwischen der effektiven Scherspannung (τ') und der effektiven Normalspannung/Kohäsion (σ'/c') auf einer beliebigen Scherfuge. Die resultierenden Kräfte auf der Scherfuge infolge der relativen Verschiebung werden in Abbildung 3.2 dargestellt. Die Kraft F ist die resultierende Kraft aus der Normal- und Scherspannung, sie wirkt mit einem Winkel φ zu der Normalen der Scherfuge.

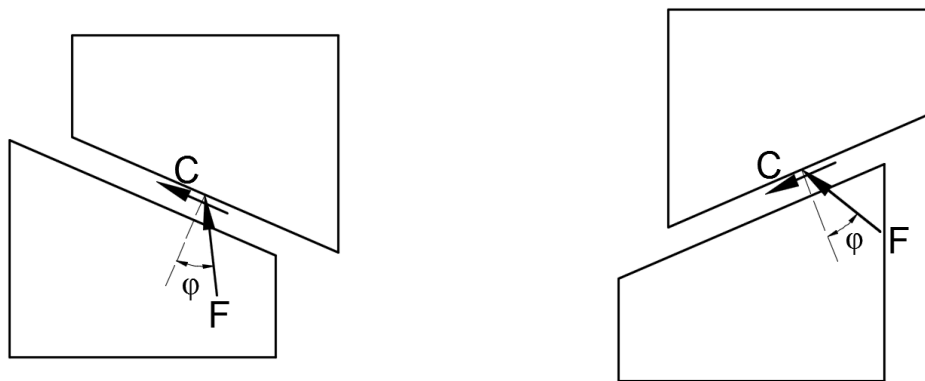


Abbildung 3.2: Resultierende Kräfte auf einer Scherfuge infolge relativer Verschiebung

3.2.1.2 Grenzwertsätze der Plastizitätstheorie

Zur Behandlung ebener, bodenmechanischer Probleme mit der Plastizitätstheorie sind zwei Bedingungen zu erfüllen, die statischen und kinematischen Bedingungen. Sie werden von Drucker und Prager (1952) mittels Herleitung nach Hill (1951) als folgende zwei Grenzwertsätze in der Plastizitätstheorie formuliert:

„lower bound“: Der untere Grenzwertsatz beschreibt den Spannungszustand, der bestehen muss, damit kein Versagen auftritt. Unter einem solchem Spannungszustand werden sowohl das Gleichgewicht von äußeren und inneren Kräften auf jedem Teil des unter Spannung stehenden Kontinuums als auch die Spannungsrandbedingungen eingehalten. Als Plastizitätsbedingung ist der erste Grenzwertsatz zu verstehen, der besagt, dass die maximale Schubspannung auf der Scherfuge kleiner oder höchstens gleich der Scherfestigkeit des Materials sein muss.

„*upper bound*“: Als oberer Grenzwertsatz ist ein sogenannter instabiler, kinematisch zulässiger Verschiebungszustand eines Belastungssystems zu verstehen. Wenn die Arbeit der äußeren Kräfte größer oder gleich der inneren Dissipationsarbeit ist, tritt auf jeden Fall Versagen auf.

Zur Lösung der Grenzwertprobleme (engl. „*limit analysis*“) stehen zwei Gleichgewichtsbedingungen, d. h. das Kraft- und das Arbeitsgleichgewicht (Energiegesetz), und eine Bruchbedingung, nämlich das Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium, zur Verfügung. Theoretisch sind die Grenzwertprobleme nur in wenigen Spezialfällen, die unter Annahme von z. B. homogenem Material mit einfachen Randbedingungen stattfinden, analytisch zu lösen. Tatsächlich ist es möglich, die beiden Grenzwertsätze auf dasselbe Problem anzuwenden, um die allgemeinen Grenzwertprobleme über Formulierung eines allgemeinen Differentialgleichungssystems mittels rein analytischer Berechnung zu lösen. (Vollenweider, 1970)

3.2.1.3 Grenzgleichgewichtsmethode

Die Grenzgleichgewichtsmethode (engl. „*limit equilibrium method*“) ist ein traditionelles Verfahren zur Behandlung des Stabilitätsproblems in der Geotechnik, dessen Grundidee es ist, mithilfe des Kraft- und Momentengleichgewichts den ungünstigsten Bruchmechanismus zu finden. Die kinematische Zulässigkeit des Bruchmechanismus wird bei der Grenzgleichgewichtsmethode grundsätzlich nicht berücksichtigt (Chen, 1975). Diese Methode wird von Janbu (1954) und Bishop (1955) mit dem sogenannten Lammellenverfahren zur Berechnung der Böschungsstabilität bzw. der Standsicherheit des Böschungsbruchs verwendet und wurde von Terzaghi (1943) und Meyerhof (1951) für die Berechnung des Grundbruchwiderstands von Flachgründungen verwendet.

3.2.2 Kinematisch zulässiger Starrkörper-Bruchmechanismus

Der Starrkörper-Bruchmechanismus ist ein Bruchmechanismus, der sich in einem ebenen Deformationszustand befindet und aus einer beliebig gewählten Anzahl und Geometrie von starren Scheiben zusammengesetzt ist. Die starren Scheiben sind sowohl gegeneinander, translatorisch auf den Zwischengleitfugen, als auch gegen die äußeren Gleitfugen verschieblich. Der Starrkörper-Bruchmechanismus wird häufig zur Berechnung des Böschungsbruchs bzw. der Standsicherheit von Böschungen verwendet, z. B. in Verfahren der zusammengesetzten Bruchmechanismen (DIN 4084, 2009), und ist auch bereits von Chen (1975) und Vollenweider (1984) zur Berechnung des Grundbruchwiderstands der Flachgründung herangezogen worden.

Damit die Annahme von starren Teilkörpern zur Ermittlung des Grundbruchwiderstands des Bodens verwendet werden kann, müssen die folgenden Voraussetzungen erfüllt werden (Vollenweider, 1970):

- Die Verformung, die vor dem Bruchzustand eintritt, muss hinreichend klein sein, sodass das Gleichgewicht am nicht-deformierten System in dem Bruchzustand formuliert werden kann.
- Der Boden verhält sich isotrop und ideal-plastisch (starr), womit die Bruchfestigkeit des Bodens unabhängig von der Verformung bleibt.
- Das Geschwindigkeitsfeld der starren Körper muss kinematisch zulässig sein – dazu muss die Struktur des Bruchmechanismus die kinematischen Bedingungen erfüllen.

Der Begriff ‚kinematisch zulässiger Bruchmechanismus‘ besagt, dass der zur Berechnung herangezogene Bruchmechanismus bzw. die Bruchfugen die Bedingungen des Spannungs-Verzerrungsverhältnisses und des Zusammenhangs zwischen dem Verschiebungs- und Verzerrungszustand erfüllen müssen.

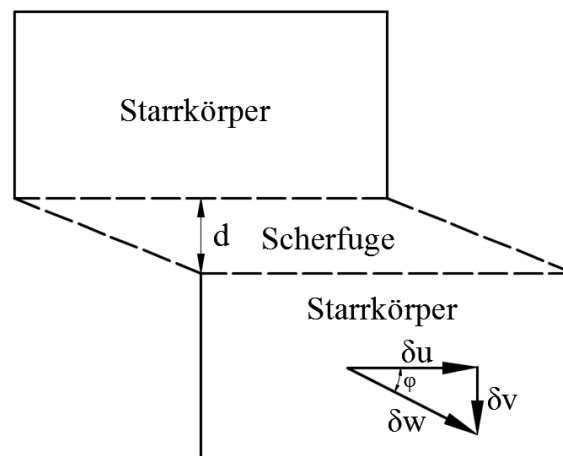


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung eines kinematischen Modells für den Bruchzustand (Chen, 1975)

Ein einfacher kinematisch zulässiger Verschiebungszustand nach der assoziierten Fließregel (Dilatanzwinkel $\psi = \varphi$) kann mit dem in Abbildung 3.3 dargestellten Modell hergeleitet werden. Die Beziehung zwischen der vertikalen und horizontalen Verschiebung wird in der Gleichung (3.2) beschrieben:

$$\delta v = \delta u \cdot \tan \varphi \quad (3.2)$$

Aus den geotechnischen und bodenmechanischen Aspekten ergeben sich zwei Verschiebungstypen: Translation und Rotation (Abbildung 3.4). Unabhängig vom verwendeten Bruchkriterium bzw. der Materialeigenschaft ist bei der Translation im einfachsten Fall die Bruchfuge mit gerader Linie immer kinematisch zulässig. Vergleichsweise ergeben sich für die Rotation zwei mögliche Bruchfugen mit verschiedenen Bruchkriterien. Wenn sich der Untergrund im undrainierten Zustand befindet, muss das Bodenmaterial nach dem Tresca- oder Von-Mises-Kriterium (Singular-Parameter-Modell) betrachtet werden. Dabei wird die

kreisförmige Bruchfuge als kinematisch zulässig anerkannt. Für das Mohr-Coulomb'sche Material (Zwei-Parameter-Modell) ist die Bruchfuge dann kinematisch zulässig, wenn sie nach einer logarithmischen Spirale mit dem Steigungswinkel φ definiert wird. (Vollenweider, 1970 und Chen, 1975)

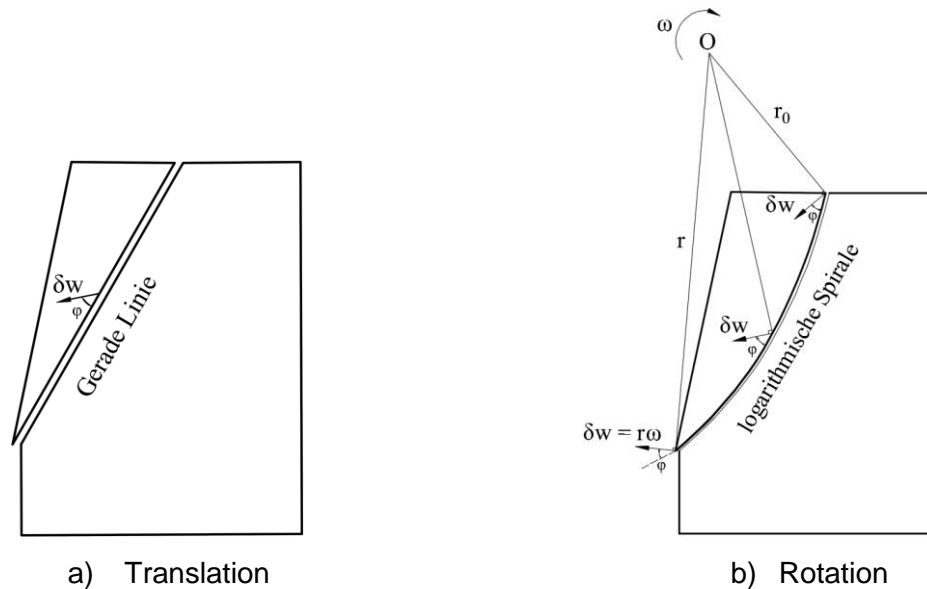


Abbildung 3.4: Kinematisch zulässige Bruchfugen bei Translation und Rotation nach Drucker und Prager (1952)

Beispielsweise besteht der klassische Bruchmechanismus nach Prandtl (Abbildung 2.4) aus zwei Teilkörpern mit geraden Kanten (Translation) und einem Teilkörper mit der logarithmischen Spirale (Rotation).

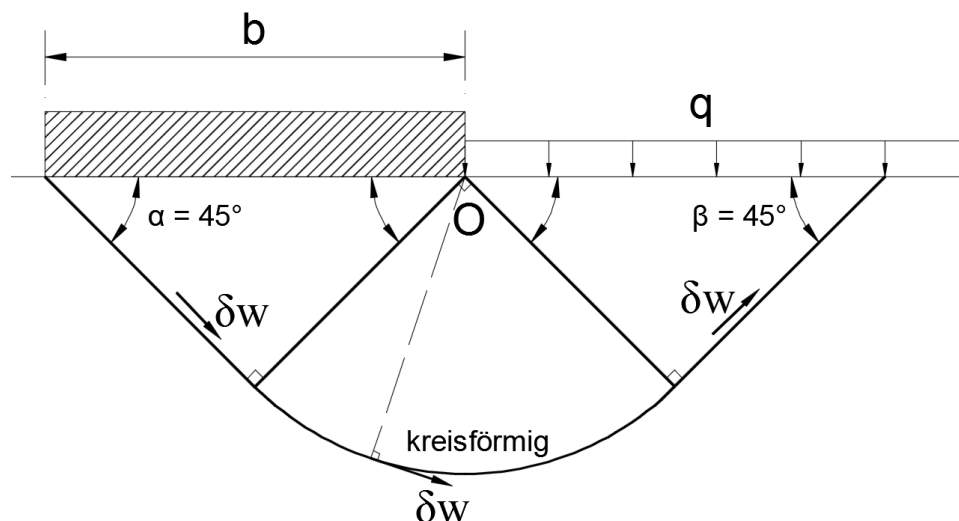


Abbildung 3.5: Prandtl's Bruchmechanismus für undrainierten Untergrund ($\varphi = 0$) (Chen, 1975)

Ein Sonderfall für den klassischen Bruchmechanismus bei undrainiertem Zustand (c_u -Boden) ist der Abbildung 3.5 zu entnehmen. Der undrainierte Boden hat keinen Reibungswinkel ($\varphi =$

0). Einerseits beträgt der Steigungswinkel der logarithmischen Spirale $\varphi = 0$, wobei die logarithmische Spirale als kreisförmige Bruchfuge bezeichnet wird, andererseits verläuft die Verschiebung der zwei dreieckigen Teilkörper parallel zu den geraden Bruchfugen und die Verschiebung der radialen Zone auf der tangentialen Richtung der kreisförmigen Bruchfuge ($\psi = \varphi = 0$). Mit dem in der Abbildung 3.5 dargestellten Bruchmechanismus sind der Grundbruchwiderstand bzw. die Tragfähigkeitsbeiwerte durch die Betrachtung des Momentengleichgewichts des gesamten Bruchmechanismus problemlos zu ermitteln: $N_c = \pi + 2$ und $N_d = 1$.

3.2.3 Untersuchung des ungünstigsten Bruchmechanismus

Theoretisch kann ein Starrkörper-Bruchmechanismus aus beliebig vielen kinematisch zulässigen Teilkörpern zusammengesetzt werden. Die Kontinuität des gesamten Bruchmechanismus muss bei der Berechnung berücksichtigt werden. Unter Einbezug des Geschwindigkeitsfelds müssen die Teilkörper nebeneinander zusammengesetzt werden. Damit können deren absolute Geschwindigkeiten durch die relativen Geschwindigkeiten zwischen den nebeneinander liegenden Teilkörpern bestimmt werden.

Das Multi-Block Verfahren nach Michalowski (1997) und die KEM nach Gußmann (1986) zur Berechnung des Grundbruchwiderstands von Flachgründungen sind in den Kapiteln 2.3.4.2 und 2.6.2 vorgestellt. Das bodenmechanische Kontinuum des Bruchmechanismus wird durch mehrere diskrete starre Bruchkörper bezeichnet. Diese bestehen ausschließlich aus geraden Linien und nur translatorische Bewegungen können zwischen den verschiedenen Bruchkörpern oder Bruchkörper und dem unverschieblichen äußeren Rand eintreten. Die Kontinuität des Bruchmechanismus wird dabei nicht berücksichtigt, womit diese Methoden eine Näherungslösung für den Grundbruchwiderstand liefern.

Zur Berechnung des Grundbruchwiderstands mit einer stetigen Bruchfuge hat Vollenweider (1970) den in Abbildung 3.6 dargestellten Bruchmechanismus entwickelt. Analog zu Prandtls Ansatz besteht der Bruchmechanismus nach Vollenweider (1970) aus zwei dreieckigen Teilflächen und einer radialen Zone mit der logarithmischen Spirale. Durch Variation des aktiven Gleitwinkels α und passiven Gleitwinkels β mit Hilfe des „upper bound“-Theorems (Energiegesetz) wird die minimale Bruchlast Q berechnet. Um die mathematische Behandlung des Problems zu vereinfachen und die Kontinuität der Bruchfuge beizubehalten, wird vorausgesetzt, dass der Drehpunkt der logarithmischen Spirale O mit der Fundamentecke C zusammenfällt. Mit dem Minimierungsprozess zur Bestimmung des Tragfähigkeitsbeiwertes N_b entsteht ein unsymmetrischer aktiver Gleitkeil ($\alpha \neq 45^\circ + \varphi/2$) unter der mittig senkrechten Beanspruchung.

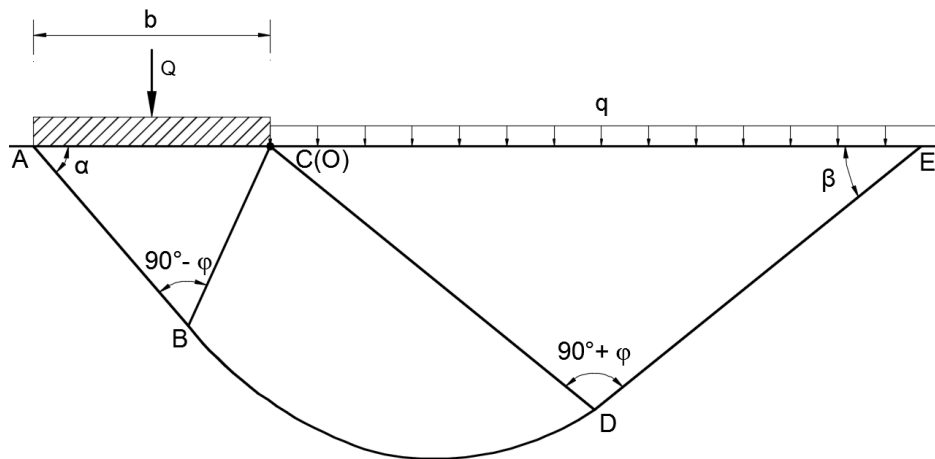


Abbildung 3.6: Unsymmetrischer Bruchmechanismus nach Vollenweider (1970)

Die Kombination von Translation und Rotation (Abbildung 3.4) führt zu den oben genannten Problemen bei der Betrachtung des Energiegesetzes mit dem Geschwindigkeitsfeld nach dem ‚upper bound‘-Theorem. In der vorliegenden Arbeit wird der Grundbruchwiderstand der Flachgründung anhand der Grenzgleichgewichtsmethode mit dem kinematisch zulässigen Bruchmechanismus (Kombination von geraden Linien und logarithmischen Spiralen) bestimmt. Die genauen Darstellungen der Bruchmechanismen für einen homogenen Untergrund bzw. ein Gründungspolster sind den Kapiteln 4 und 5 zu entnehmen.

3.3 Numerische Verfahren

Im Rahmen dieser Arbeit wurden neben den analytischen Berechnungen auch numerische Kalkulationen mit der FEM und KEM durchgeführt, um die Ergebnisse der analytischen Verfahren zu verifizieren.

3.3.1 FEM

Der niederländische FE-Code PLAXIS 2D (Version 2017.1) wird in dieser Arbeit zur Berechnung des Grundbruchwiderstands von Flachgründungen verwendet. Die gewählten Randbedingungen, das Stoffmodell sowie die Bodenparameter und die Berechnungsvorgänge werden im folgenden Abschnitt erläutert.

3.3.1.1 Mohr-Coulomb Stoffmodell

Das Stoffmodell nach Mohr-Coulomb ist ein linear-elastisch ideal-plastisches Modell. Wegen seiner Einfachheit wird es in der Bodenmechanik bzw. in der Praxis häufig verwendet. Wie der Name besagt, erfüllt dieses Stoffmodell das Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium nach der Gleichung (3.1). Das Materialverhalten nach dem Bruch wird als ideal-plastisch beschrieben. Ein Vergleich zwischen dem zur analytischen Berechnung verwendeten starr ideal-plastischen Stoffmodell und dem Mohr-Coulomb Stoffmodell in der FEM (PLAXIS 2D) ist Abbildung 3.7 zu

entnehmen. Die Setzung des Fundamentes bzw. Verformung des Untergrunds sind für die analytische Berechnung des Grundbruchwiderstands irrelevant und werden dabei nicht berücksichtigt.

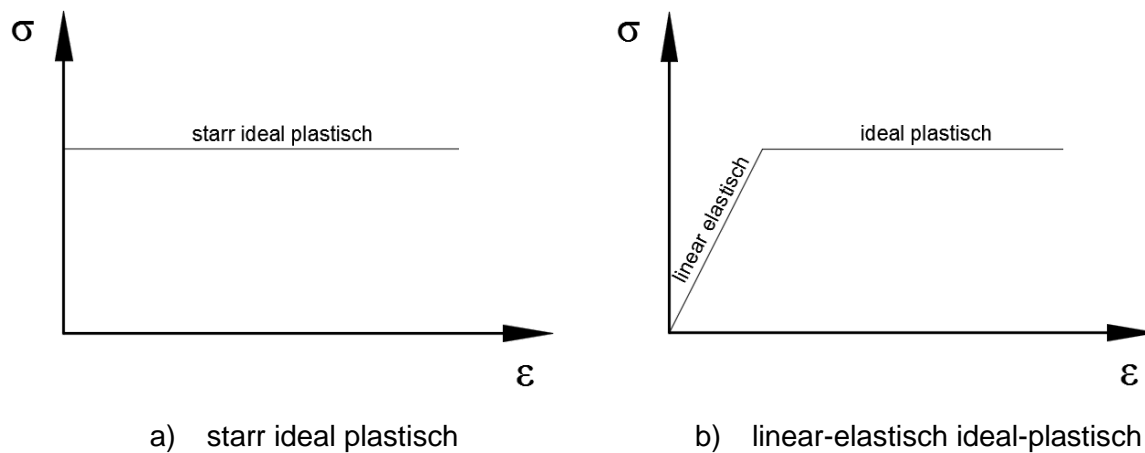


Abbildung 3.7: Spannung-Dehnungsdiagramm für ideal-plastische Stoffmodelle (Vollenweider, 1970)

In PLAXIS 2D sind noch andere Stoffmodelle implementiert. Ein bekannter Vertreter ist das ‚hardening soil‘ Modell. Der größte Unterschied zwischen dem Mohr-Coulomb Stoffmodell und ‚hardening soil‘ Stoffmodell ist, dass letzteres kein konstantes, sondern ein spannungsabhängiges Elastizitätsmodul verwendet (Arnold, 2011). Die Grundbruchwiderstandsberechnung betrachtet den Grenzzustand des Materials, das Verformungsverhalten des Bodens wird dabei nicht berücksichtigt. Deswegen sind die beiden Stoffmodelle gleichwertig für eine Grundbruchwiderstandsberechnung. Wegen seiner Einfachheit wurde das Mohr-Coulomb Stoffmodell für die FEM-Berechnungen in dieser Arbeit ausgewählt.

3.3.1.2 Bodenparameter

Das Elastizitätsmodul E und die Querdehnungszahl ν sind nur für das Verformungsverhalten von Bedeutung und haben kaum Einfluss auf die Bestimmung des Grundbruchwiderstandes (vgl. Anhang I). Der Einfluss des Grundwassers wird in dieser Arbeit nicht berücksichtigt, damit ergibt sich die Bedingung $\gamma_{unsat} = \gamma_{sat}$. Der Einfluss des Dilatanzwinkels ψ bei der FEM-Berechnung wurde bereits von Potts und Zdravkovic (2001) sowie Van Baars (2016) analysiert. Die theoretisch exakten, analytischen Lösungen der Tragfähigkeitsbeiwerte N_c nach der Gleichung (2.30) und N_d nach der Gleichung (2.31) mit gewichtlosem Boden nach Prandtl (1920) und Reissner (1924) werden nach der assoziierten Fließregel mit dem Dilatanzwinkel $\psi = \varphi$ ermittelt (Vollenweider, 1970). Das Ziel der numerischen Berechnungen mittels FEM in dieser Arbeit ist es, die analytischen Ansätze zu verifizieren. Die assoziierte Fließregel ($\psi = \varphi$) wird für die weiteren FEM-Berechnungen verwendet. Die in PLAXIS 2D zur Berechnung des

Grundbruchwiderstands mit dem Mohr-Coulomb Stoffmodell relevanten Bodenparameter sind der Tabelle 3.1 zu entnehmen.

Tabelle 3.1: Relevante Bodenparameter für das Mohr-Coulomb Stoffmodell in PLAXIS 2D

Bodenparameter	Bezeichnung	Einheit
Nicht-wassergesättigte Bodenwichte	γ_{unsat}	$[kN/m^3]$
Effektive Kohäsion	c'	$[kN/m^2]$
Effektiver Reibungswinkel	φ'	$[^\circ]$

3.3.1.3 Axialsymmetrisches Berechnungsmodell

In der vorliegenden Arbeit werden die Grundbruchwiderstände von Streifenfundamenten unter mittig senkrechter Beanspruchung analysiert – damit werden bei den Berechnungen ebene bzw. zweidimensional-axialsymmetrische Randbedingungen berücksichtigt. In dem Berechnungsmodell sind die seitlichen Ränder vertikal verschieblich und Horizontalverschiebungen werden verhindert. Die untere Sohle wird vertikal sowie horizontal fixiert. Das starre, raue Streifenfundament wird durch eine vertikale Verschiebung (horizontal fixiert) mit einer Breite von Halbbreite des Fundamentes ($b/2$) simuliert. Die Berechnung wird dann unter der sogenannten ‚*displacement control*‘ durchgeführt (Potts und Zdravkovic 2001). Der sogenannte ‚*arc-length control type*‘ wird bei der Phasen-Einstellung im PLAXIS 2D für die Berechnungen ausgeschaltet (PLAXIS 2D Reference Manual, 2017). Die Einbindetiefe des Fundamentes wird durch eine seitliche Auflast neben dem Fundament simuliert.

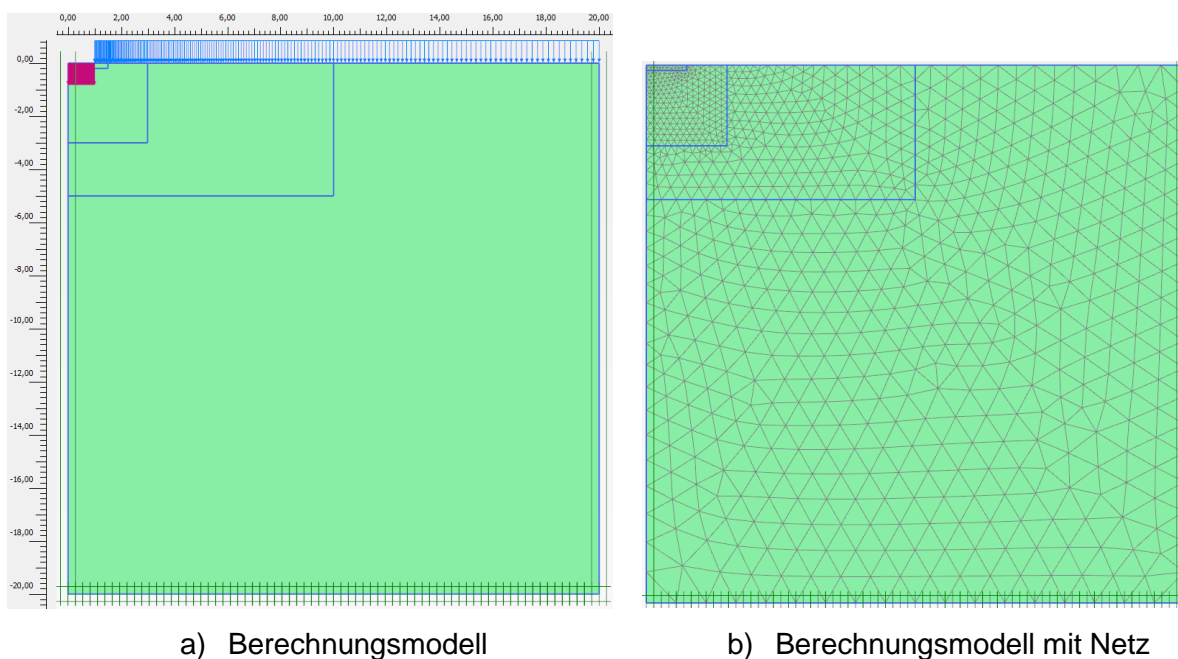


Abbildung 3.8: Axialsymmetrisches Berechnungsmodell mit PLAXIS 2D

Die Geometrie und Netzfeinheit des Berechnungsmodells müssen zuerst durch Proberechnungen bestimmt werden. Die Geometrie des Modells muss groß genug sein, damit der rechte, vertikal verschiebbliche Rand und der untere Rand keinen Einfluss auf die Spannungsverteilung haben. Die Modellgröße ist abhängig von der Fundamentbreite und dem Reibungswinkel des Bodenmaterials. Ein Beispiel für ein axialsymmetrisches Berechnungsmodell ist der Abbildung 3.8 a) zu entnehmen. Ein anderer bedeutender Faktor des Berechnungsmodells ist die Netzfeinheit. Je größer das Modell oder feiner das Netz, umso länger ist die Berechnungszeit. Um Zeit zu sparen, werden möglichst wenige Elemente je Modell generiert. Damit wird die Netzfeinheit stufenweise eingestellt, die Zone direkt unterhalb des Fundaments wird mit einem relativ feinen Netz generiert. Der Einfluss der Netzfeinheit auf die Bruchlast bzw. den Grundbruchwiderstand wird in Abbildung 3.9 dargestellt. Untersuchungen zur Netzfeinheit haben ergeben, dass die Steigung der Kurve mit Zunahme der Netzfeinheit abnimmt. Die Kurve nähert sich zwischen feinem und sehr feinem Netz einer horizontalen Asymptote. Diese Tendenz stimmt mit den Ergebnissen nach Hintner (2008) überein. Das feine Netz kann für die weiteren Berechnungen verwendet werden.

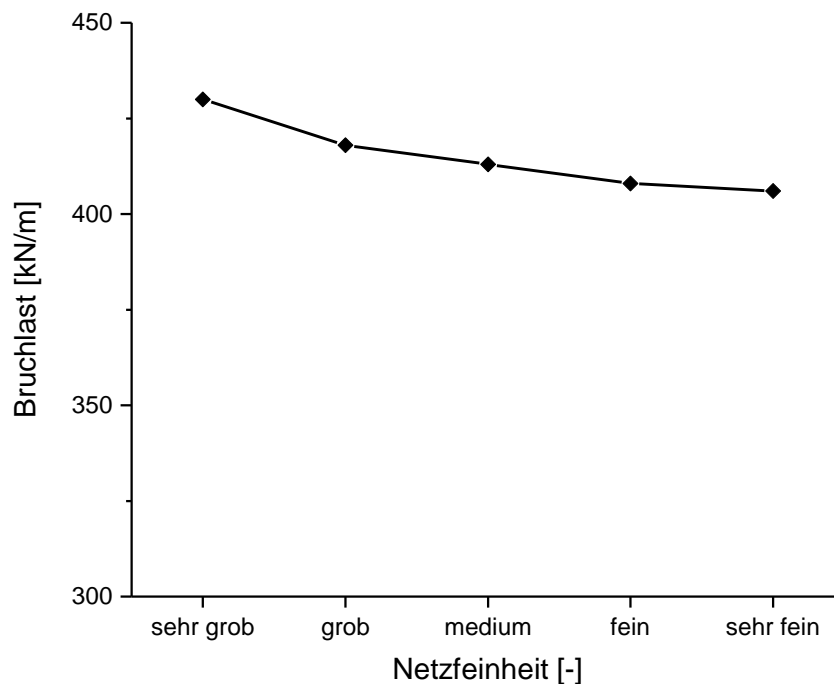
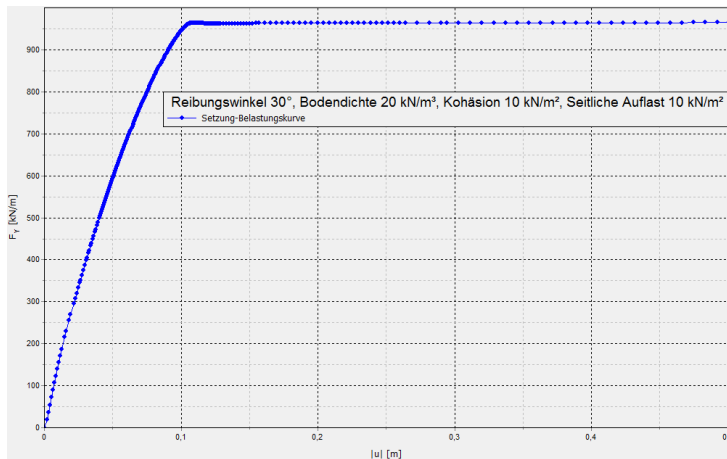


Abbildung 3.9: Einfluss der Netzfeinheit auf die mit FEM gerechnete Bruchlast

3.3.1.4 Darstellung der Berechnungsergebnisse mit PLAXIS 2D (FEM)

Mit dem nach den Kapiteln 3.3.1.2 und 3.3.1.3 vorgestellten Berechnungsmodell werden der Grenzwert der Belastung und der Bruchmechanismus bei Flachgründungen berechnet. Der Grundbruchwiderstand kann durch den Grenzwert der Belastung nach der Last-Setzungskurve im PLAXIS-Output bestimmt werden. Ein Beispiel dafür ist der Abbildung 3.10 zu entnehmen. Die Belastung steigt bis zu einer gewissen Größe und bleibt dann

unveränderlich. Dieses Verhältnis stimmt mit der in der Abbildung 2.2 dargestellten Last-Setzungskurve für den klassischen Grundbruch überein. Die genaue Grenzbelastung F_{Y-max} kann aus der dazugehörigen Tabelle ermittelt werden. Der Grundbruchwiderstand des Fundamentes mit der Breite b beträgt dann $2 \cdot F_{Y-max}$.



a) Last-Setzungskurve

Points - [data.P2DX - Reibungswinkel ...]

Setzung-Lastungskurve

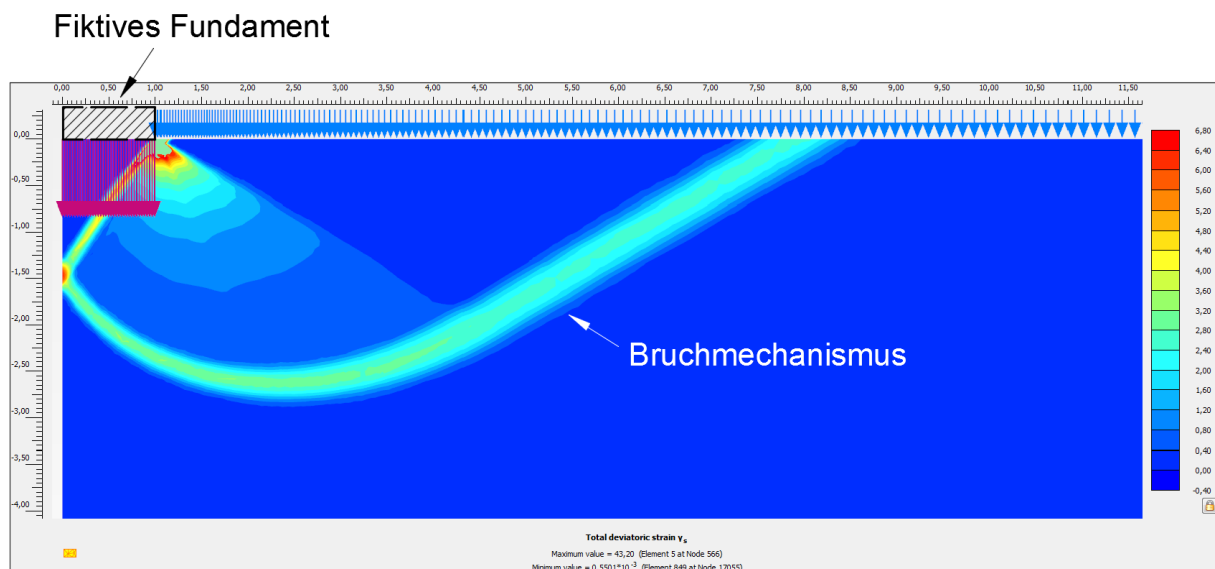
Point	Step	u [m]	F _Y [kN/m]
231	229	0,108	963,394
232	230	0,108	963,406
233	231	0,108	963,409
234	232	0,109	963,409
235	233	0,109	963,399
236	234	0,109	963,392
237	235	0,110	963,375
238	236	0,110	963,350
239	237	0,111	963,325
240	238	0,111	963,284

Copy Print Close

b) Tabelle

Abbildung 3.10: Last-Setzungskurve und die zugehörige Tabelle im PLAXIS-Output

Zum Vergleich des analytischen Berechnungsansatzes mit der FEM-Berechnung sind auch die Bruchmechanismen von großer Bedeutung. Die Scherfuge wird nach der FEM mit der Deviationsverzerrung γ_s („deviatoric strain“ in PLAXIS 2D) visualisiert. Ein Beispiel für einen Bruchmechanismus nach der FEM-Berechnung wird in Abbildung 3.11 dargestellt.

Abbildung 3.11: Mit der Deviationsverzerrung γ_s dargestellter Bruchmechanismus

3.3.2 KEM

Die KEM-Berechnungen werden mit dem KEM-Code FIDES-GeoStability (Version 2017.052-U) durchgeführt. Das Programm ermöglicht die Untersuchung der Standsicherheit gegen Geländebruch sowie Grundbruch mit der KEM (Kapitel 2.6.2).

3.3.2.1 Bodenparameter

Zur Durchführung der KEM-Berechnung werden nur die folgenden allgemeinen Bodenparameter (Tabelle 3.2) benötigt. Die KEM basiert auf dem Starrkörper-Bruchmechanismus, bei dem die Verformung des Bodens nicht berücksichtigt wird und somit kein Parameter zur Betrachtung der Verformung notwendig ist.

Tabelle 3.2: Benötigte Bodenparameter für die KEM-Berechnung mit FIDES-GeoStability

Bodenparameter	Bezeichnung	Einheit
Trockene Bodenwichte	γ	$[kN/m^3]$
Kohäsion	c	$[kN/m^2]$
Reibungswinkel	φ	$[^\circ]$

3.3.2.2 Berechnungsmodell und Optimierungsprozess

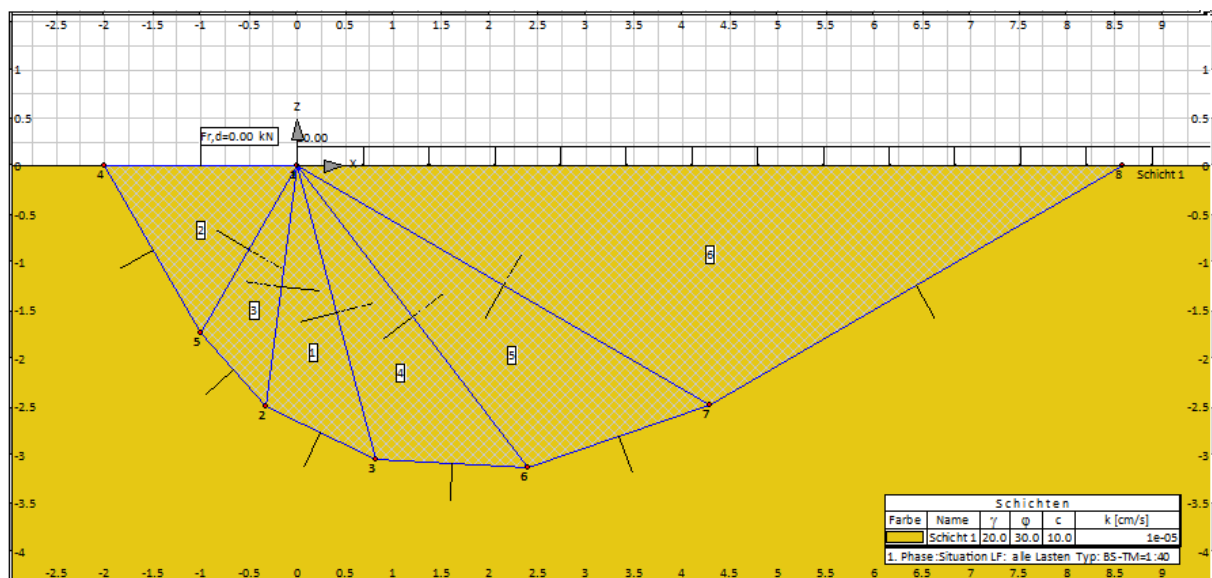


Abbildung 3.12: Berechnungsmodell mit FIDES-GeoStability

Zunächst wird mit der KEM bzw. FIDES-GeoStability das Berechnungsmodell definiert. In der vorliegenden Arbeit wird die Berechnung des Grundbruchwiderstands der Flachgründungen betrachtet, deshalb wird das Fundament durch eine vertikal verschiebbliche Kante auf der

Geländeoberkante simuliert, auf der eine vorgegebene virtuelle Verschiebung erforderlich ist. Die Einbindetiefe des Fundamentes wird durch eine seitliche Auflast bestimmt. Der sogenannte Basis- oder Anfangsbruchmechanismus muss vor der Berechnung definiert werden, wofür der klassische Bruchmechanismus nach Prandtl (1920) herangezogen wird. Die obere Kante der passiven Zone in Prandtls Bruchmechanismus wird als frei verschiebbliche Kante eingestellt. Ein Beispielsmodell für einen Boden mit einem Reibungswinkel $\varphi = 30^\circ$ ist Abbildung 3.12 zu entnehmen.

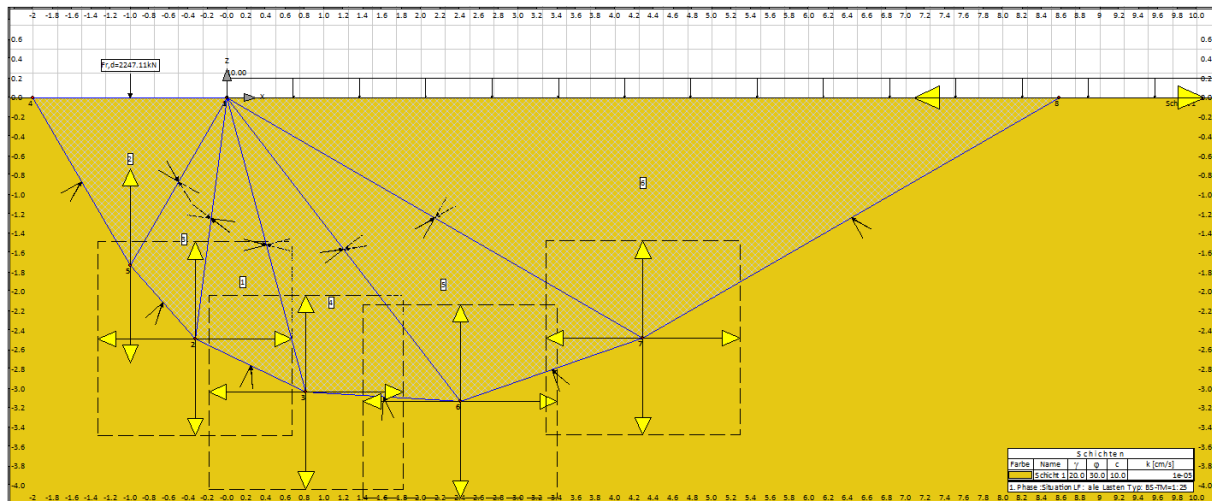


Abbildung 3.13: Berechnungsmodell mit den Optimierungsfenstern

Das Programm FIDES-GeoStability untersucht den Grundbruchwiderstand der Flachgründung durch einen Optimierungsprozess. Dabei werden die Geometrie der Elemente bzw. die Versagenspunkte variiert, um den ungünstigsten Bruchmechanismus zu ermitteln. Damit wird für jeden Eckpunkt des Elements (außer den Fundamenteckpunkten) ein sogenanntes Optimierungsfenster definiert. Mit dem in Abbildung 3.13 dargelegten Berechnungsmodell wird der Grundbruchwiderstand bzw. der ungünstigste Bruchmechanismus durch die Optimierungsfunktion: „Minimierung des Betrags der Kraft“ mittels eines Abstiegsverfahrens untersucht (Handbuch V.3.3 FIDES-GeoStability, 2017). Um die Axialsymmetrie des Bruchmechanismus zu behalten, werden für den Spitzenpunkt des aktiven Gleitkeils und den Eckpunkt der passiven Zone die Optimierungsfenster nur mit vertikaler und horizontaler Verschiebung eingestellt.

3.3.2.3 Darstellung der Berechnungsergebnisse mit FIDES-GeoStability (KEM)

Nach dem Optimierungsprozess können sowohl der Grundbruchwiderstand als auch der maßgebende Bruchmechanismus ermittelt werden. Abbildung 3.14 zeigt den in der Abbildung 3.13 dargestellten Bruchmechanismus nach der Optimierung. Dieser Bruchmechanismus ist der maßgebende Bruchmechanismus und die dazugehörige vertikale Belastung F ist der Grundbruchwiderstand.

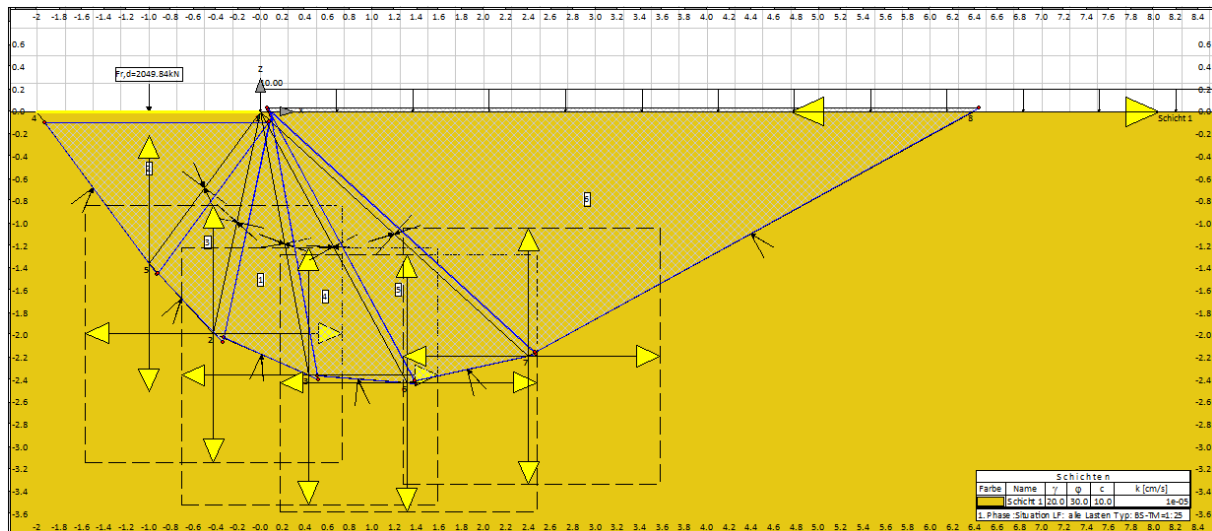


Abbildung 3.14: Optimierter Bruchmechanismus mit FIDES-GeoStability

3.4 Methodik zur Verifizierung der analytischen Ansätze

Zur Verifizierung der analytischen Ansätze werden sowohl der Bruchmechanismus als auch der damit berechnete Grundbruchwiderstand mit den Ergebnissen der numerischen Berechnungen verglichen. Durch Variation der Bodenparameter sowie der Fundamentbreite können die analytisch berechneten Tragfähigkeitsbeiwerte N_i für einen homogenen Untergrund geprüft werden. Nach der Superpositionsmethode von Terzaghi (1943) werden die drei Tragfähigkeitsbeiwerte individuell berechnet. Für die numerischen Berechnungen können die Tragfähigkeitsbeiwerte N_c und N_d mit gewichtslosem Bodenmaterial herangezogen werden. Wenn der Boden keine Kohäsion hat und keine seitliche Auflast vorhanden ist, kann der Tragfähigkeitsbeiwert N_b unter Berücksichtigung des Bodeneigengewichts bestimmt werden. Damit werden die Tragfähigkeitsbeiwerte nach dem Kriterium ‚Individuelles Minimum‘ mit den numerischen Verfahren verifiziert.

Wenn die Berechnungen für den homogenen Untergrund mit mehr als einem Einflussfaktor von Kohäsion, Einbindetiefe und Bodeneigengewicht oder mit dem Gründungspolster durchgeführt werden, kann mit den numerischen Verfahren nur der gesamte Grundbruchwiderstand mit einem einheitlichen Bruchmechanismus untersucht werden. Die analytischen Berechnungsansätze aus den Kapiteln 4 und 5 ermöglichen die Berechnung des gesamten Grundbruchwiderstands mit einem einheitlichen Bruchmechanismus, die damit relevanten Tragfähigkeitsbeiwerte werden als ‚Globales Minimum‘ bezeichnet. Aber nur der gesamte Grundbruchwiderstand und der einheitliche Bruchmechanismus können mit den Ergebnissen nach den numerischen Verfahren verglichen werden.

4 Analytischer Ansatz für homogenen Untergrund

Zur Berechnung des Grundbruchwiderstands für einen homogenen Untergrund wird zuerst die Geometrie des Bruchmechanismus bestimmt. Danach werden die maßgebenden Gleitflächen infolge verschiedener Parameter (Bodeneigengewicht, Kohäsion und Einbindetiefe, nämlich seitliche Auflast) entweder individuell ($N_{i,IM}$) oder einheitlich ($N_{i,GM}$) durch Variation des aktiven Gleitwinkels α ermittelt. Der gesamte Grundbruchwiderstand kann mit der Superpositionsmethode (R_{IM}) oder mit der einheitlichen Gleitfläche (R_{GM}) berechnet werden. Dieser Prozess ist der Abbildung 4.1 zu entnehmen.

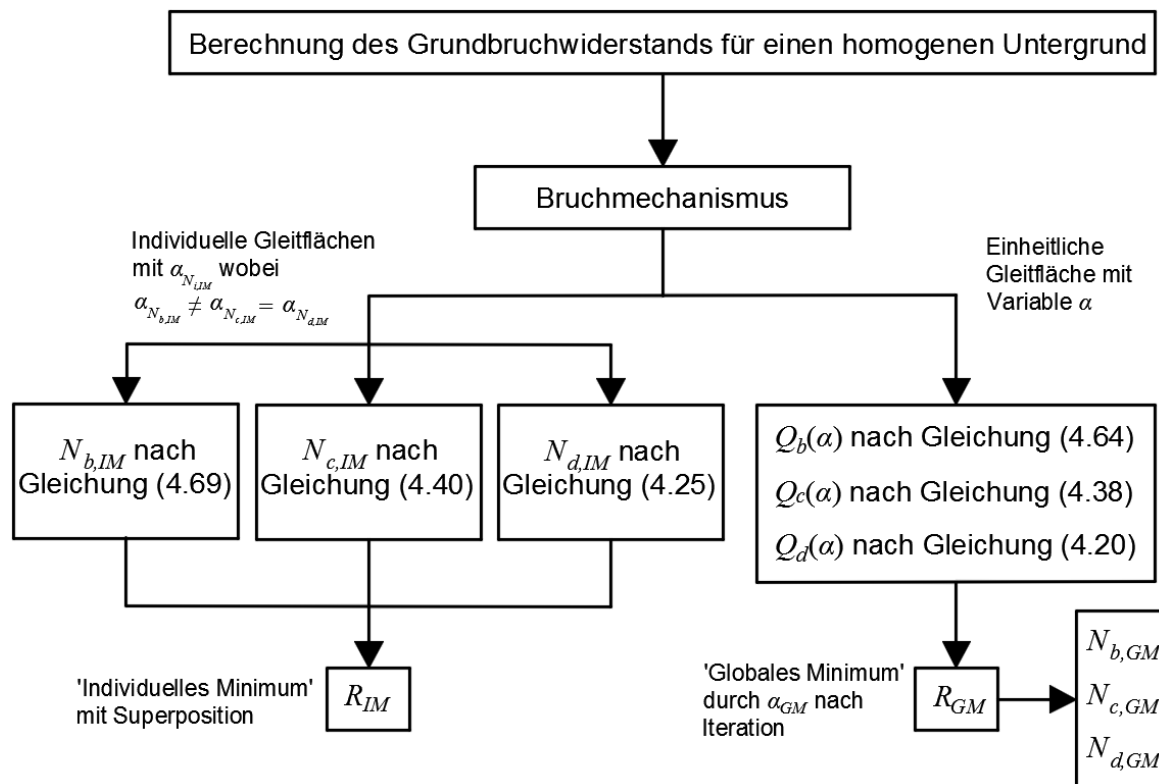


Abbildung 4.1: Berechnungsprozess zur Bestimmung des Grundbruchwiderstands für homogenen Untergrund

4.1 Bestimmung des Bruchmechanismus

Nach der in Kapitel 3.2 vorgestellten Theorie mithilfe des klassischen Bruchmechanismus nach Prandtl (1920) und der Versuchsergebnisse von Arens (1975) wurde der in Abbildung 4.2 dargestellte Bruchmechanismus entwickelt. Dieser besteht aus drei Zonen: dem aktiven Gleitkeil ABC , der Übergangszone $BCFD$ und der passiven Zone DEF . Die Neigung zwischen die Linie AB und die Fundamentsohle AC wird mit der Variablen α bezeichnet. Die Spannung auf der Kante AB des aktiven Keiles wirkt nach der Mohr-Coulomb'schen Bruchbedingung mit dem Bodenreibungswinkel φ zur Normalen der Kante.

$$OD = OB \cdot e^{(\alpha+\beta)\tan\varphi} = r_0 e^{(\alpha+\beta)\tan\varphi} \quad (4.4)$$

$$DF = OD \cos(\beta + \varphi) + \frac{b \tan \alpha}{2} - OB \cos(\alpha - \varphi) \quad (4.5)$$

$$CF = OD \sin(\beta + \varphi) + OB \sin(\alpha - \varphi) - \frac{b}{2} \quad (4.6)$$

$$EF = \frac{1}{\tan \beta} \left[OD \cos(\beta + \varphi) + \frac{b \tan \alpha}{2} - OB \cos(\alpha - \varphi) \right] \quad (4.7)$$

$$DE = \frac{1}{\sin \beta} \left[OD \cos(\beta + \varphi) + \frac{b \tan \alpha}{2} - OB \cos(\alpha - \varphi) \right] \quad (4.8)$$

$$CE = CF + EF \quad (4.9)$$

4.2 Untersuchung der Tragfähigkeitsbeiwerte nach dem Kriterium ‚Individuelles Minimum‘

Nach der Methode von Terzaghi (1943) werden die Tragfähigkeitsbeiwerte infolge der Kohäsion (N_c), der Einbindetiefe (N_d) und des Bodeneigengewichtes (N_b) getrennt ermittelt. Dabei wird die maßgebende Gleitfläche für den einzelnen Tragfähigkeitsbeiwert individuell bestimmt. Der gesamte Grundbruchwiderstand wird dann durch Summierung der Widerstände aus den einzelnen Parametern berechnet. In dem folgenden Abschnitt werden die Tragfähigkeitsbeiwerte ($N_{i,IM}$) damit berechnet, der damit ermittelte Grundbruchwiderstand wird als ‚Individuelles Minimum‘ genannt.

4.2.1 Tragfähigkeitsbeiwert infolge der Einbindetiefe N_d

Für die Berechnung von N_d werden alle Kräfte auf der Gleitfläche, die infolge der Einbindetiefe (seitliche Auflast) entstehen, zum Momentengleichgewicht betrachtet. Die Kräfte werden durch die geometrische Beziehung mit dem Bruchmechanismus in Abbildung 4.2 bestimmt.

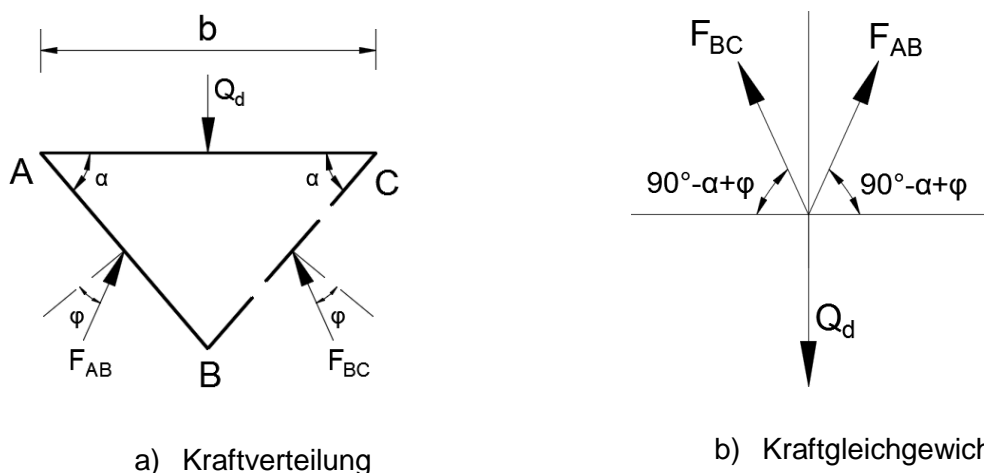


Abbildung 4.3: Kräfteverteilung auf dem aktiven Gleitkeil ABC infolge der Einbindetiefe

Im symmetrischen aktiven Gleitkeil ABC sind auch die Kräfte symmetrisch, wie in Abbildung 4.3 a) dargestellt. b entspricht der Fundamentbreite und Q_d der Beanspruchung auf dem Fundament. Aus der schematischen Darstellung des Kraftgleichgewichts (Abbildung 4.3 b)) kann die folgende Gleichung abgeleitet werden:

$$F_{AB} = \frac{Q_d}{2 \cos(\alpha - \varphi)} \quad (4.10)$$

Die Passive Zone DEF wird in Abbildung 4.4 a) dargestellt. In dieser wirken drei Kräfte: die Resultierende (F_{qEF}) der seitlichen Auflast q entlang EF , die reibungsresultierende Kraft F_{DE} und eine unbekannte Kraft P_{DF} . Die Kraft P_{DF} steht senkrecht zur Ersatzwand DF , weil deren Wandreibungswinkel mit der ebenen Gleichfläche gleich 0 ist. (DIN 4085, 2017)

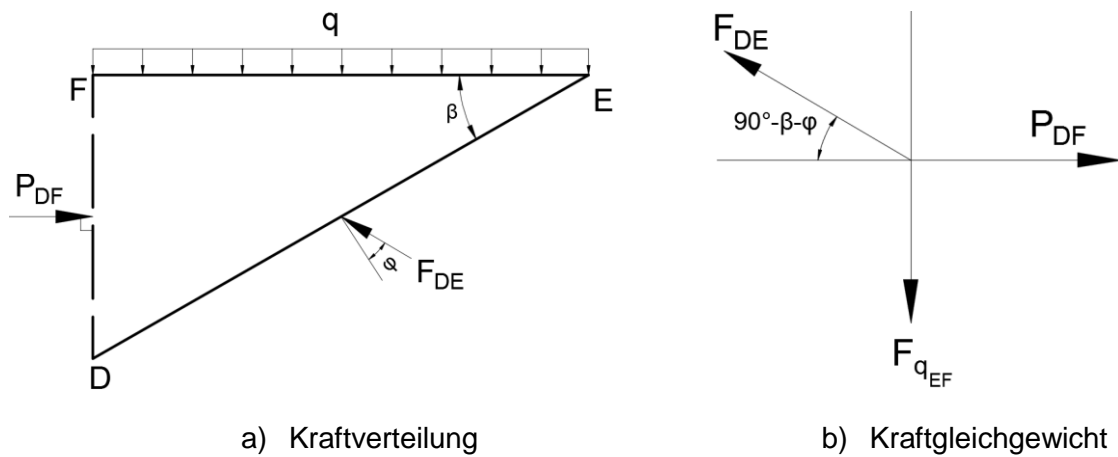


Abbildung 4.4: Kräfteverteilung auf der passiven Zone DEF infolge der Einbindetiefe

Die schematische Darstellung des Kraftgleichgewichts der passiven Zone DEF erfolgt in Abbildung 4.4 b). Die folgenden Gleichungen werden definiert:

$$F_{qEF} = q \cdot EF \quad (4.11)$$

$$F_{DE} \cos(\beta + \varphi) = F_{qEF} \quad (4.12)$$

$$P_{DF} = F_{DE} \sin(\beta + \varphi) \quad (4.13)$$

Der gesamte Bruchmechanismus infolge der Einbindetiefe ist in Abbildung 4.5 zusammengefasst. F_{AB} ist parallel zu OB und F_{DE} ist parallel zu OD . Entlang der logarithmischen Spirale BD ergibt sich die Spannung f_{BD} , die Richtung von f_{BD} ändert sich an jeder Stelle auf BD und läuft immer durch den Mittelpunkt O . Deswegen entsteht kein Moment auf diesem Punkt. Das Momentengleichgewicht des gesamten Bruchmechanismus auf dem Punkt O kann folglich mit der Gleichung (4.14) beschrieben werden – alle benötigten geometrischen Größen sind Abbildung 4.5 zu entnehmen.

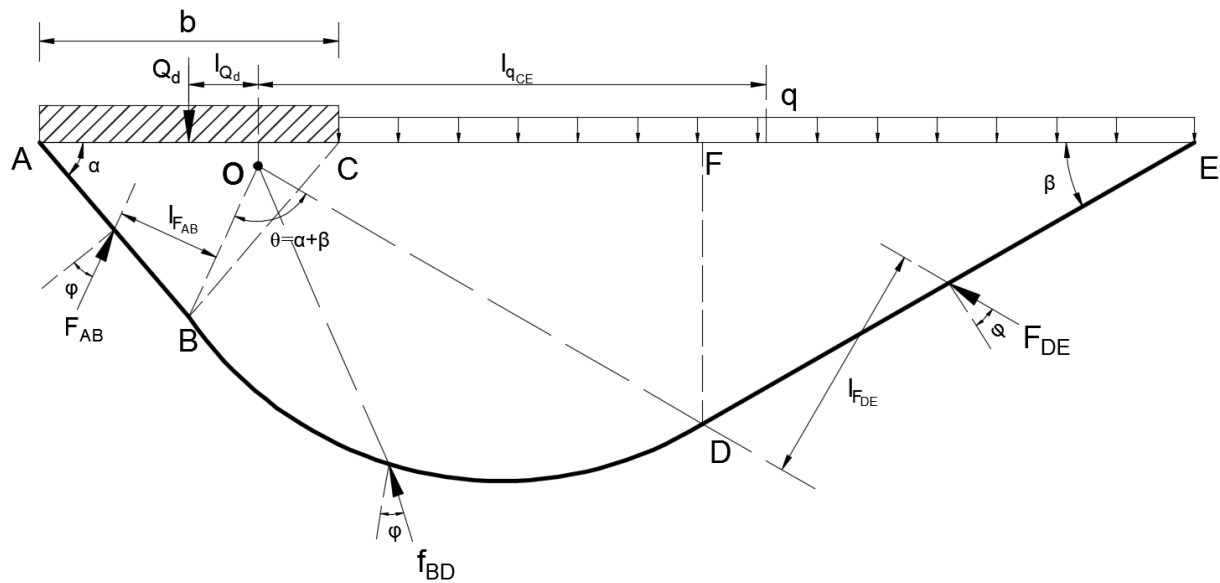


Abbildung 4.5: Gesamter Bruchmechanismus infolge der Einbindetiefe

$$M_{O,d} = 0: Q_d l_{Q_d} - F_{AB} l_{F_{AB}} - F_{q_{CE}} l_{F_{q_{CE}}} + F_{DE} l_{F_{DE}} = 0 \quad (4.14)$$

mit

$$l_{Q_d} = OB \sin(\alpha - \varphi) \quad (4.15)$$

$$l_{F_{AB}} = \frac{1}{2} AB \cos \varphi \quad (4.16)$$

$$F_{q_{CE}} = q \cdot CE \quad (4.17)$$

$$l_{F_{q_{CE}}} = \frac{1}{2} CE + \frac{b}{2} - OB \sin(\alpha - \varphi) \quad (4.18)$$

$$l_{F_{DE}} = \frac{1}{2} DE \cos \varphi \quad (4.19)$$

Nach Gleichung (4.14) ergibt sich die Gleichung (4.20) zur Berechnung des Grundbruchwiderstands bzw. der Beanspruchung Q_d , die eine Funktion des Reibungswinkels φ und der drei Variablen α , β und r_0 darstellt.

$$Q_d(\alpha, \beta, r_0) = q \cdot \left\{ \frac{CE \cdot \left[\frac{1}{2} CE + \frac{b}{2} - r_0 \sin(\alpha - \varphi) \right] - \frac{DE^2 \cos \beta \cos \varphi}{2 \cos(\beta + \varphi)}}{r_0 \sin(\alpha - \varphi) - \frac{b \cos \varphi}{8 \cos(\alpha - \varphi) \cos \alpha}} \right\} \quad (4.20)$$

Der Tragfähigkeitsbeiwert $N_{d,IM}$ wird folglich durch Gleichung (4.21) definiert:

$$N_{d,IM} = \left[\frac{Q_d(\alpha, \beta, r_0)}{b \cdot q} \right]_{\min}$$

mit

$$\frac{\partial \left[\frac{Q_d(\alpha, \beta, r_0)}{b \cdot q} \right]}{\partial (\alpha, \beta, r_0)} = 0 \quad (4.21)$$

Mit der Differentialgleichung (4.21) können die drei Variablen zur Bestimmung des Minimums von Q_d bzw. $N_{d,IM}$ bestimmt werden. Unabhängig von den Werten von α , und r_0 ergibt sich nach Gleichung (4.21) mit der Ableitung nach β die Bedingung der Gleichung (4.22):

$$\beta = 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \quad (4.22)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (4.22) in (4.20) verbleiben zur Berechnung des Tragfähigkeitsbeiwertes die zwei Variablen α und r_0 , die voneinander abhängig sind. Die Differentialgleichung (4.21) mit den Ableitungen nach α und r_0 wird anschließend iterativ gelöst, wobei die folgenden Bedingungen einzuhalten sind:

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \quad (4.23)$$

$$r_0 = \frac{b}{2 \cos(45^\circ + \varphi / 2)} \quad (4.24)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (4.22), (4.23) und (4.24) in die Gleichungen (4.20) und (4.21) ergibt sich $N_{d,IM}$ mit:

$$N_{d,IM} = e^{\pi \tan \varphi} \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (4.25)$$

Die Gleichung (4.25) entspricht der klassischen Lösung nach Prandtl (1920). Der mit den Variablen α , β und r_0 nach den Gleichungen (4.22), (4.23) und (4.24) abgebildete Bruchmechanismus ist ebenfalls identisch mit der klassischen Variante.

4.2.2 Tragfähigkeitsbeiwert infolge der Kohäsion N_c

Mit der gleichen Vorgehensweise wie bei der Berechnung von N_d wird auch der Tragfähigkeitsbeiwert N_c berechnet. Die Kraftverteilung bzw. das Kraftgleichgewicht des aktiven Gleitkeiles werden in Abbildung 4.6 dargestellt.

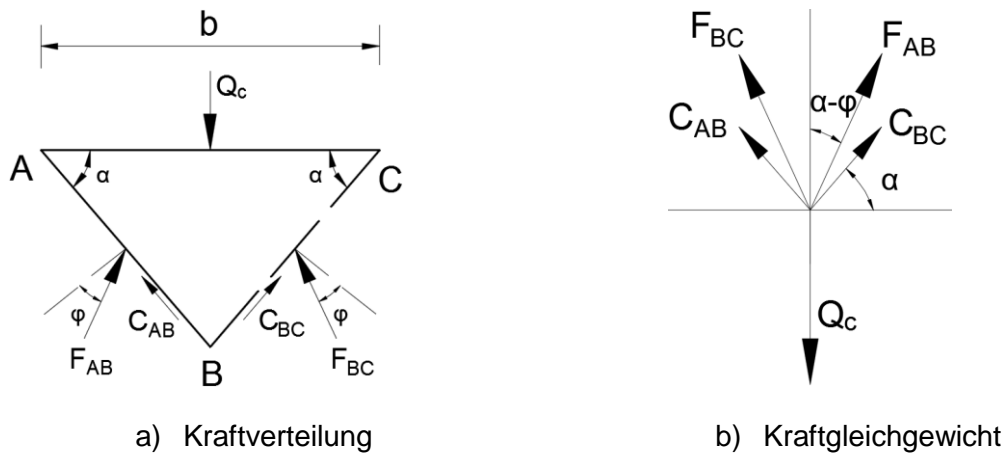


Abbildung 4.6: Kräfteverteilung auf dem aktiven Gleitkeil ABC infolge der Kohäsion

Im Vergleich zur Betrachtung der Einbindetiefe (seitliche Auflast) ergibt sich zusätzlich noch die Einwirkung der Kohäsionskräfte C_{AB} und C_{BC} auf die Kanten des aktiven Gleitkeiles AB und BC . Die Größe der Kräfte auf dem aktiven Gleitkeil kann nach dem Kräftegleichgewicht aus Abbildung 4.6 b) mittels der Gleichungen (4.26) und (4.27) bestimmt werden:

$$C_{AB} = C_{BC} = c \cdot AB = \frac{b \cdot c}{2 \cos \alpha} \quad (4.26)$$

$$F_{AB} = \frac{Q_c - 2C_{AB} \sin \alpha}{2 \cos(\alpha - \varphi)} \quad (4.27)$$

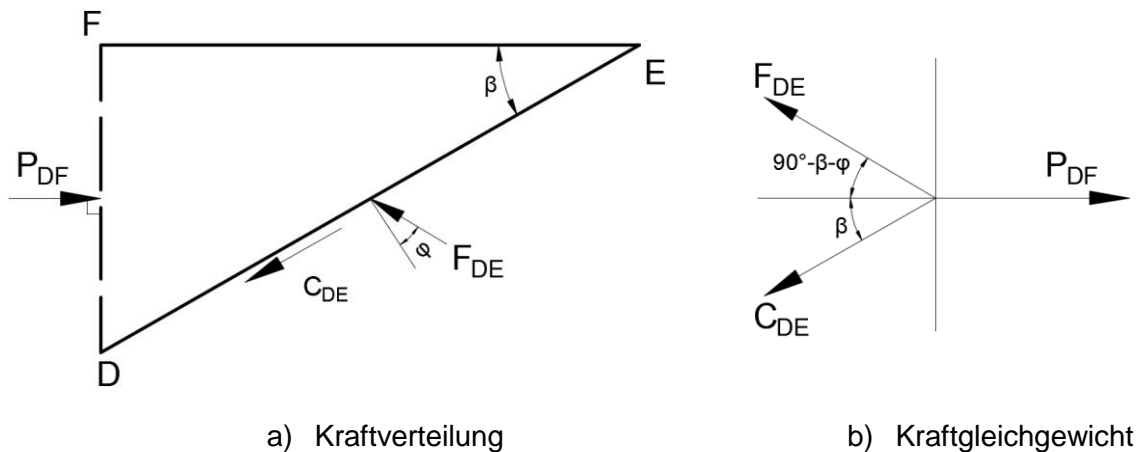


Abbildung 4.7: Kräfteverteilung auf der passiven Zone DEF infolge der Kohäsion

Auf die in der Abbildung 4.7 a) dargestellte passive Zone DEF wirkt die Kohäsionskraft C_{DE} auf der ebenen Gleitfläche DE . Die Beziehung zwischen C_{DE} , F_{DE} und P_{DF} wird in den folgenden Gleichungen definiert:

$$C_{DE} = c \cdot DE \quad (4.28)$$

$$Q_c(\alpha, \beta, r_0) = c \cdot \left\{ \frac{\left[\frac{b}{2 \cos \alpha} r_0 \cos \varphi + \frac{r_0^2}{2 \tan \varphi} (e^{2(\alpha+\beta) \tan \varphi} - 1) + r_0 e^{(\alpha+\beta) \tan \varphi} DE \cos \varphi \right] - \frac{DE^2 \sin \beta \cos \varphi}{2 \cos(\beta + \varphi)} - \frac{b^2 \cos \varphi \sin \alpha}{8 \cos(\alpha - \varphi) \cos^2 \alpha}}{r_0 \sin(\alpha - \varphi) - \frac{b \cos \varphi}{8 \cos(\alpha - \varphi) \cos \alpha}} \right\} \quad (4.38)$$

Der Tragfähigkeitsbeiwert $N_{c,IM}$ ergibt sich wie folgt:

$$N_{c,IM} = \left[\frac{Q_c(\alpha, \beta, r_0)}{b \cdot c} \right]_{\min}$$

mit

$$\frac{\partial \left[\frac{Q_c(\alpha, \beta, r_0)}{b \cdot c} \right]}{\partial(\alpha, \beta, r_0)} = 0 \quad (4.39)$$

Aus der Ableitung nach dem passiven Gleitwinkel β resultiert die Bedingung mit $\beta = 45^\circ - \varphi/2$, woraus sich die minimale Beanspruchung $Q_{c,min}$ ergibt. Die Berechnung der voneinander abhängigen Variablen α und r_0 ist nur mit iterativen Verfahren durchzuführen. Die Lösungen für die Variablen α und r_0 führen zu den gleichen Ergebnissen wie nach Gleichung (4.23) und (4.24). Daraus ergibt sich Gleichung (4.40) durch Vereinfachung der Gleichung (4.39). Sowohl der Tragfähigkeitsbeiwert $N_{c,IM}$ als auch die Gleitfläche stimmen mit der klassischen Lösung nach Prandtl (1920) überein.

$$N_{c,IM} = \frac{\left[e^{\pi \tan \varphi} \tan^2(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) - 1 \right]}{\tan \varphi} = \frac{(N_{d,IM} - 1)}{\tan \varphi} \quad (4.40)$$

4.2.3 Tragfähigkeitsbeiwert infolge des Bodeneigengewichts N_b

Zur Bestimmung von N_b muss das Eigengewicht des gesamten Bruchmechanismus bei der Berechnung berücksichtigt werden. Für den homogenen Untergrund kann die Gewichtskraft eines Körpers unkompliziert mit der Flächengröße A_i und der Bodenwichte γ berechnet werden. Der Schwerpunkt liegt auf dem geometrischen Mittelpunkt des Körpers. Alle resultierenden Kräfte auf den zu betrachteten geraden Linien infolge des Eigengewichts wirken auf $1/3$ der Linien statt auf deren halber Strecke. Damit entsteht die in Abbildung 4.9 a) dargestellte Kraftverteilung auf dem aktiven Gleitkeil ABC .

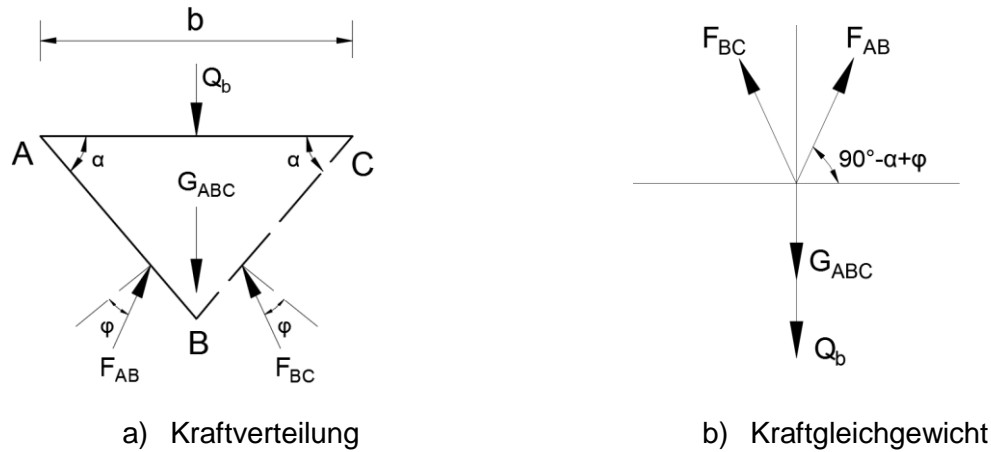


Abbildung 4.9: Kräfteverteilung auf dem aktiven Gleitkeil ABC infolge des Bodeneigengewichts

Mit der Geometrie des aktiven Gleitkeiles und dem in Abbildung 4.9 b) dargestellten Kräftegleichgewicht ergeben sich die folgenden Gleichungen:

$$G_{ABC} = \gamma A_{ABC} = \gamma \cdot \frac{b^2 \tan \alpha}{4} \quad (4.41)$$

$$F_{AB} = \frac{Q_b + G_{ABC}}{2 \cos(\alpha - \varphi)} \quad (4.42)$$

Die Kräfteverteilung und das Kräftegleichgewicht der passiven Zone DEF werden in Abbildung 4.10 dargestellt. Daraus kann definiert werden:

$$G_{DEF} = \gamma A_{DEF} = \gamma \cdot \frac{DF \cdot EF}{2} \quad (4.43)$$

$$F_{DE} \cos(\beta + \varphi) = G_{DEF} \quad (4.44)$$

$$P_{DF} = F_{DE} \sin(\beta + \varphi) \quad (4.45)$$

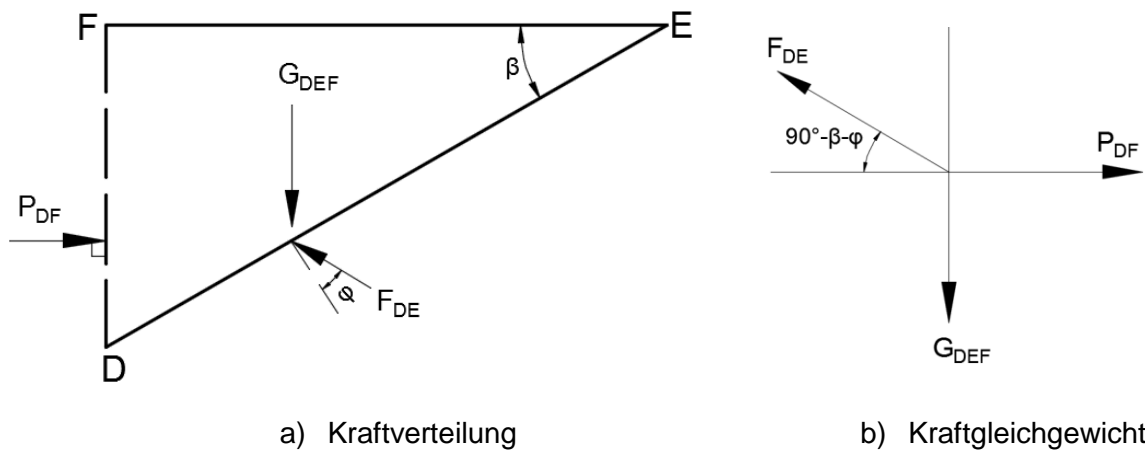


Abbildung 4.10: Kräfteverteilung auf der passiven Zone DEF infolge des Bodeneigengewichts

Um die ganze Gewichtskraft der Übergangszone $BCFD$ zu bestimmen, wird die Geometrie des gesamten Bereiches auf die in Abbildung 4.11 dargestellten Teilflächen CDF , OCD , OBC und OBD (mit der logarithmischen Spirale BD) verteilt. Die Teilflächen nach Abbildung 4.11 müssen nicht unbedingt vollständig in der Übergangszone liegen.

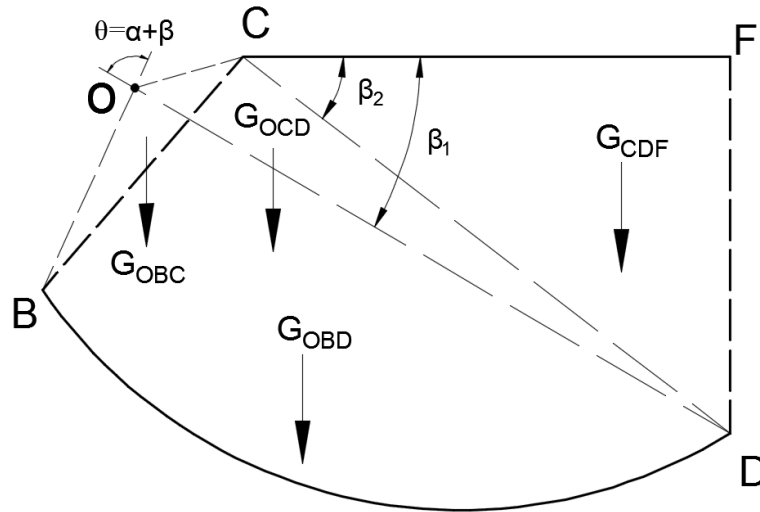


Abbildung 4.11: Eigengewicht der Übergangszone $BCFD$

Die gesamte Gewichtskraft der Übergangszone $BCFD$ kann mit der Gleichung (4.46) berechnet werden. Die Vorzeichen der Summanden sind abhängig von der Position des Punktes O .

$$G_{BCDF} = G_{OBD} + G_{CDF} \pm G_{OBC} \pm G_{OCD} \quad (4.46)$$

Von Terzaghi (1943) wurde nachgewiesen, dass der aktive Gleitwinkel α theoretisch nur im Bereich von $\varphi \leq \alpha \leq 45^\circ + \varphi/2$ variieren kann. Damit kann der Punkt O nur außerhalb der Übergangszone oder genau auf der aktiven Gleitfläche BC liegen. G_{OBC} wird in der Gleichung (4.46) nur negativ betrachtet. Daraus ergibt sich:

$$G_{BCFD} = G_{OBD} + G_{CDF} - G_{OBC} \pm G_{OCD} \quad (4.47)$$

Das Vorzeichen von G_{OCD} wird mit der Beziehung zwischen $\beta_1 = 90^\circ - \beta - \varphi$ und $\beta_2 = \arctan(DF/CF)$ bestimmt. Wenn $\beta_1 \geq \beta_2$, ist das Vorzeichen von G_{OCD} positiv, sonst wird es als negativ definiert.

Die Gewichtskräfte der Teilflächen werden mit den folgenden Gleichungen berechnet:

$$G_{OBD} = \gamma A_{OBD} = \gamma \cdot \frac{r_0^2}{4 \tan \varphi} \cdot (e^{2(\alpha+\beta) \tan \varphi} - 1) \quad (4.48)$$

$$G_{CDF} = \gamma A_{CDF} = \gamma \cdot \frac{CF \cdot DF}{2} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} G_{OBC} &= \gamma A_{OBC} \\ &= \gamma \cdot \frac{\sqrt{(OB+OC+BC)(OB+OC-BC)(OC+BC-OB)(OB+BC-OC)}}{4} \end{aligned} \quad (4.50)$$

$$\begin{aligned} G_{OCD} &= \gamma A_{OCD} \\ &= \gamma \cdot \frac{\sqrt{(OC+CD+OD)(OC+CD-OD)(OC+OD-CD)(CD+OD-OC)}}{4} \end{aligned} \quad (4.51)$$

Die nachstehenden geometrischen Größen werden für Gleichung (4.50) und (4.51) benötigt:

$$OC = \sqrt{OB^2 + BC^2 - 2 \cdot OB \cdot BC \cdot \cos(90^\circ - 2\alpha + \varphi)} \quad (4.52)$$

$$CD = \sqrt{CF^2 + DF^2} \quad (4.53)$$

Das Moment infolge der Gewichtskraft der Übergangszone $BCFD$ auf dem Punkt O kann durch Gleichung (4.54) definiert werden, wobei alle benötigten Hebelarme der Gewichtskräfte der einzelnen Teilflächen durch die geometrischen Bedingungen festgelegt werden. Die Bestimmung des Schwerpunktes der Fläche mit der logarithmischen Spirale wird in Anhang II dargestellt.

$$M_{G_{BCFD}} = G_{OBD} l_{G_{OBD}} + G_{CDF} l_{G_{CDF}} - G_{OBC} l_{G_{OBC}} \pm G_{OCD} l_{G_{OCD}} \quad (4.54)$$

mit

$$l_{G_{CDF}} = OD \sin(\beta + \varphi) - \frac{1}{3} CF \quad (4.55)$$

$$l_{G_{OBC}} = \frac{1}{6} (b - 4 \cdot OB \cos \varphi) \quad (4.56)$$

$$l_{G_{OCD}} = \frac{1}{3} (b - 2 \cdot OB \cos \varphi + CF) \quad (4.57)$$

$$l_{G_{OBD}} = \sqrt{x_l^2 + y_l^2} \cdot \sin \left[\arctan\left(\frac{y_l}{x_l}\right) - \alpha + \varphi \right]$$

mit

$$\begin{aligned} x_l &= \frac{OB^3}{3 \cdot A_{OBD}} \cdot \frac{3 \cdot \tan \varphi \cdot e^{3(\alpha+\beta) \cdot \tan \varphi} \cdot \cos(\alpha + \beta) + e^{3(\alpha+\beta) \cdot \tan \varphi} \cdot \sin(\alpha + \beta) - 3 \cdot \tan \varphi}{9 \tan^2 \varphi + 1} \\ y_l &= \frac{OB^3}{3 \cdot A_{OBD}} \cdot \frac{3 \cdot \tan \varphi \cdot e^{3(\alpha+\beta) \cdot \tan \varphi} \cdot \sin(\alpha + \beta) - e^{3(\alpha+\beta) \cdot \tan \varphi} \cdot \cos(\alpha + \beta) + 1}{9 \tan^2 \varphi + 1} \end{aligned} \quad (4.58)$$

Abbildung 4.12 stellt den gesamten Bruchmechanismus infolge des Eigengewichts dar. Da kein Moment aus der Spannung f_{BD} auf dem Punkt O entsteht, ergibt sich das Momentengleichgewicht auf dem Punkt O durch:

$$M_{O,b} = 0: Q_b l_{Q_b} + G_{ABC} l_{G_{ABC}} - F_{AB} l_{F_{AB}} - M_{G_{BCFD}} - G_{DEF} l_{G_{DEF}} + F_{DE} l_{F_{DE}} = 0 \quad (4.59)$$

mit

$$l_{Q_b} = l_{G_{ABC}} = OB \sin(\alpha - \varphi) \quad (4.60)$$

$$l_{F_{AB}} = \frac{1}{3} AB \cos \varphi = \frac{b \cos \varphi}{6 \cos \alpha} \quad (4.61)$$

$$l_{G_{DEF}} = OD \sin(\beta + \varphi) + \frac{EF}{3} \quad (4.62)$$

$$l_{F_{DE}} = \frac{1}{3} DE \cos \varphi \quad (4.63)$$

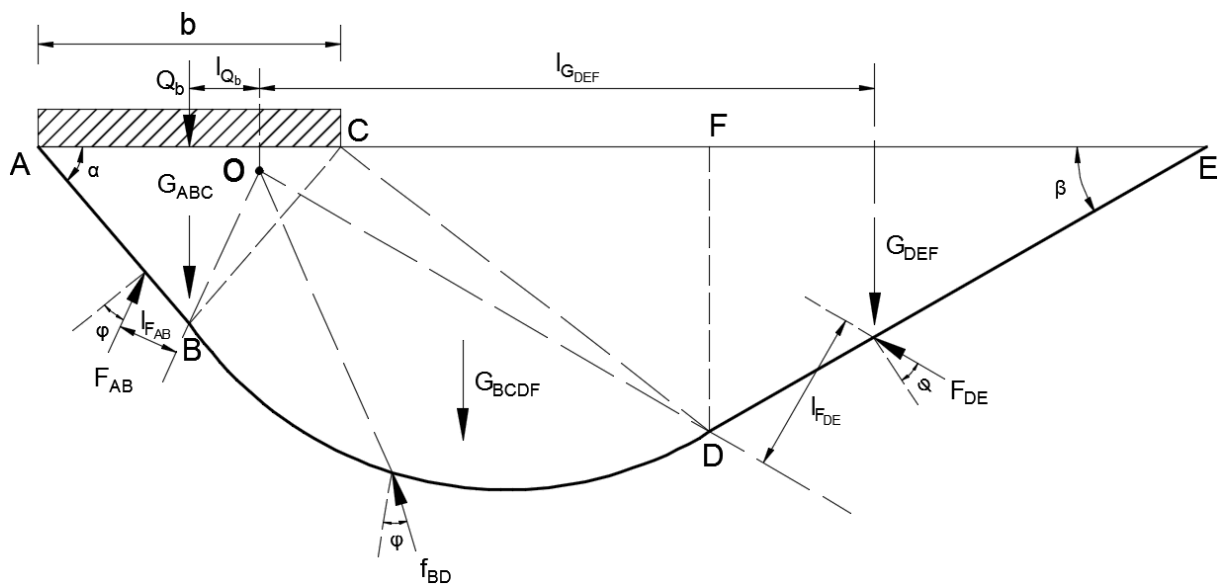


Abbildung 4.12: Gesamter Bruchmechanismus infolge des Eigengewichts

Nach der Gleichung (4.59) kann durch Einsetzen aller geometrischen Größen Q_b mit der Gleichung (4.64) berechnet werden:

$$Q_b(\alpha, \beta, r_0) = \gamma \cdot \left\{ \frac{\left[\frac{M_{G_{BCFD}}}{\gamma} + \frac{DE \cdot EF}{6} \left[3 \cdot r_0 e^{(\alpha + \beta) \tan \varphi} \sin(\beta + \varphi) + EF - \frac{DE \cos \varphi}{\cos(\beta + \varphi)} \right] \right]}{r_0 \sin(\alpha - \varphi) - \frac{b \cos \varphi}{12 \cos(\alpha - \varphi) \cos \alpha}} - \frac{b^2 \tan \alpha}{4} \right\} \quad (4.64)$$

Der Tragfähigkeitsbeiwert $N_{b,IM}$ ergibt sich aus:

$$N_{b,IM} = \left[\frac{Q_b(\alpha, \beta, r_0)}{\gamma b^2} \right]_{\min}$$

mit

$$\frac{\partial \left[\frac{Q_b(\alpha, \beta, r_0)}{b \cdot \gamma^2} \right]}{\partial (\alpha, \beta, r_0)} = 0 \quad (4.65)$$

Der minimale Wert der Beanspruchung Q_b nach der Gleichung (4.64) wird iterativ ermittelt, die Beziehung $\beta = 45^\circ - \varphi/2$ zwischen dem passiven Gleitwinkel β und dem Reibungswinkel φ für $\varphi \geq 5^\circ$ ist einzuhalten. Fälle mit einem Reibungswinkel φ kleiner als 5° werden vernachlässigt. Nach den iterativen Berechnungen ergibt sich keine direkt-lineare Beziehung zwischen dem aktiven Gleitwinkel α und dem Reibungswinkel φ . Der Zusammenhang zwischen r_0 und φ für N_b ist Vergleich zu dem Zusammenhang zwischen r_0 und φ für N_d und N_c nach Gleichung (4.24), schwer zu beschreiben. Um die mathematische Behandlung des Problems zu vereinfachen, wird der Drehpunkt der logarithmischen Spirale O auf die Geländeoberkante bzw. die Sohle des Fundamentes gelegt. Das gewählte Vorgehen ist analog zum Verfahren nach Vollenweider (1970), bei dem vorausgesetzt wird, dass der Drehpunkt O mit der Fundamentkante zusammenfällt. Diese Annahme kann auch zur Berechnung der Tragfähigkeitsbeiwerte N_c und N_d verwendet werden, weil der Drehpunkt der logarithmischen Spirale O des maßgebenden Bruchmechanismus für N_c und N_d schon auf dem Eckpunkt des Fundamentes liegt. Das Vorzeichen von G_{OCD} in der Gleichung (4.54) wird demnach nur als positiv bezeichnet, woraus sich ergibt:

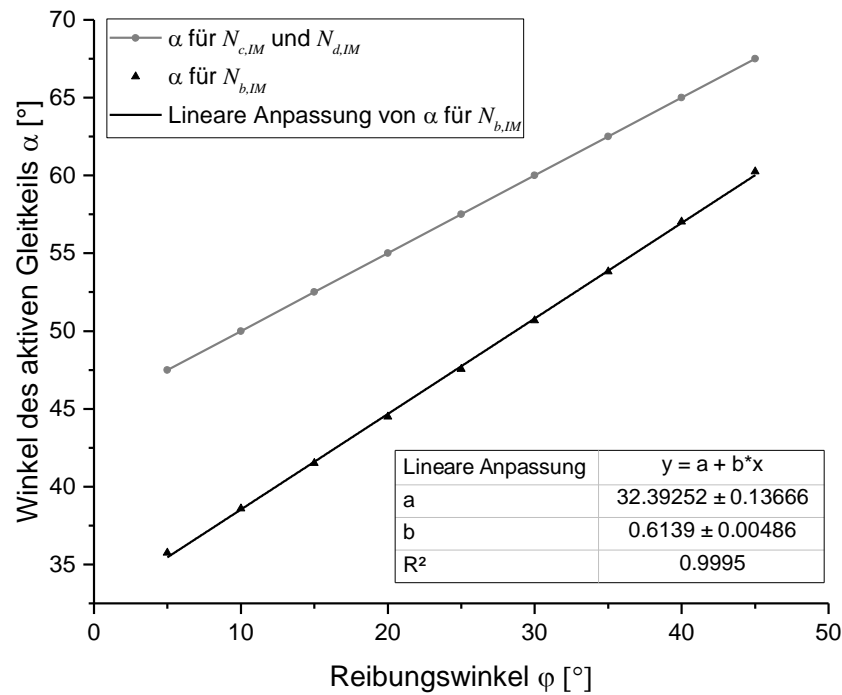
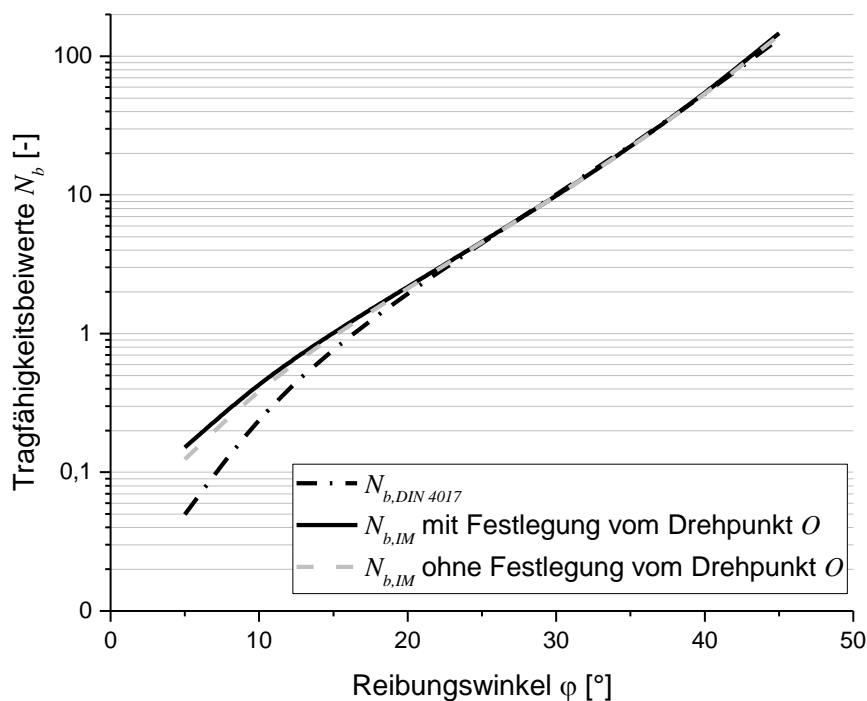
$$M_{G_{BCFD}} = G_{OBD} l_{G_{OBD}} + G_{CDF} l_{G_{CDF}} - G_{OBC} l_{G_{OBC}} + G_{OCD} l_{G_{OCD}} \quad (4.66)$$

Ergänzend wird eine geometrische Bedingung zwischen α , φ und r_0 angegeben:

$$r_0 = \frac{AB \sin \alpha}{\cos(\alpha - \varphi)} = \frac{b \tan \alpha}{2 \cos(\alpha - \varphi)} \quad (4.67)$$

Damit verbleibt nur noch eine Variable α in Gleichung (4.64). Der Zusammenhang zwischen der Variable α und dem Reibungswinkel φ für $Q_{b,min}$ bzw. $N_{b,IM}$ nach den iterativen Berechnungen ist der Abbildung 4.13 zu entnehmen, die zeigt, dass der Winkel des aktiven Gleitkeils α für $N_{b,IM}$ kleiner als der für $N_{c,IM}$ und $N_{d,IM}$ mit $\alpha = 45^\circ + \varphi/2$ ist. Eine beinahe lineare Beziehung mit einem Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0,9995$ zwischen α für φ nach der Gleichung (4.68) kann daraus formuliert werden.

$$\alpha_{N_{b,IM}} = 32,393^\circ + 0,614\varphi \quad (4.68)$$

Abbildung 4.13: Zusammenhang zwischen α und φ für $N_{i,IM}$ Abbildung 4.14: Vergleich des Tragfähigkeitsbeiwertes N_b zwischen $N_{b,IM}$ mit und ohne Festlegung vom Drehpunkt O und $N_{b,DIN 4017}$

Der Vergleich zwischen $N_{b,IM}$ mit und ohne der Annahme „Festlegung des Drehpunktes“ der logarithmischen Spirale O auf der Geländeoberflächen und $N_{b,DIN 4017}$ nach der Gleichung (2.58) wird in Abbildung 4.14 dargestellt. Die Verläufe von $N_{b,IM}$ mit und ohne der Annahme zeigen, dass sich kaum Unterschiede bei einem Reibungswinkel von $\varphi > 15^\circ$ ergeben. Obwohl

sich die größere Abweichung bei kleinem Reibungswinkel ergibt, bleibt der Tragfähigkeitsbeiwert $N_{b,IM}$ kleiner als 1. Der Einfluss der Annahme auf den Tragfähigkeitsbeiwert $N_{b,IM}$ kann also vernachlässigt werden. Aus den Verläufen in Abbildung 4.14 ist ersichtlich, dass $N_{b,DIN 4017}$ bei einem Reibungswinkel $\varphi \leq 20^\circ$ kleinere Werte liefert. Weiter sind $N_{b,IM}$ und $N_{b,DIN 4017}$ nahezu identisch für größere Reibungswinkel ($\varphi > 20^\circ$). Der mit der Festlegung vom Drehpunkt O gerechnete $N_{b,IM}$ kann mit der Gleichung (4.69) definiert werden:

$$N_{b,IM} = \begin{cases} e^{0,097+4,67 \tan \varphi} \tan \varphi & \text{für } 5^\circ < \varphi \leq 25^\circ \\ e^{-0,13+5,12 \tan \varphi} \tan \varphi & \text{für } 25^\circ < \varphi \leq 45^\circ \end{cases} \quad (4.69)$$

4.3 Untersuchung der Grundbruchwiderstände nach dem Kriterium ‚Globales Minimum‘

Abbildung 4.13 verdeutlicht die Aussage, dass sich zwei verschiedene Winkel des aktiven Gleitkeiles bzw. zwei verschiedene Bruchmechanismen zur Berechnung der Tragfähigkeitsbeiwerte $N_{i,IM}$ nach dem Kriterium ‚Individuelles Minimums‘ ergeben. Mit der Superpositionsmethode von Terzaghi (1943) kann der gesamte Grundbruchwiderstand R_S des homogenen Untergrundes mit $N_{i,IM}$ berechnet werden, woraus sich ergibt:

$$\begin{aligned} R_S = R_{IM} &= \left[Q_{d,\min}(\alpha_{N_{d,IM}}) + Q_{c,\min}(\alpha_{N_{c,IM}}) \right] + \left[Q_{b,\min}(\alpha_{N_{b,IM}}) \right] \\ &= b \cdot (N_{d,IM} \cdot q + N_{c,IM} \cdot c + N_{b,IM} \cdot \gamma b) \end{aligned} \quad (4.70)$$

mit

$$\begin{aligned} \alpha_{N_{d,IM}} &= \alpha_{N_{c,IM}} = 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \\ \alpha_{N_{b,IM}} &= 32,393^\circ + 0,614\varphi \end{aligned}$$

Die Superpositionsmethode ist theoretisch nicht gültig für die Berechnung des gesamten Grundbruchwiderstands eines Reibungsbodens mit mehr als einem Faktor von Eigengewicht und Kohäsion/Einbindetiefe. Die numerischen Berechnungen von Potts und Zdravkovic (2001) ergaben jedoch, dass mit der Superpositionsmethode konservative Ergebnisse erzielt werden können. Ein Grund dafür ist die Verwendung von zwei unterschiedlichen Bruchmechanismen. (Hintner, 2008)

$$\begin{aligned} R_S = R_{IM} < R_{GM} &= \left[Q_d(\alpha) + Q_c(\alpha) + Q_b(\alpha) \right]_{\min} = Q_d(\alpha_{GM}) + Q_c(\alpha_{GM}) + Q_b(\alpha_{GM}) \\ &= b \cdot (N_{d,GM} \cdot q + N_{c,GM} \cdot c + N_{b,GM} \cdot \gamma b) \end{aligned} \quad (4.71)$$

Um den gesamten Grundbruchwiderstand R_{GM} mit einem einheitlichen Bruchmechanismus zu ermitteln, werden die Tragfähigkeitsbeiwerte $N_{i,GM}$ nach dem Kriterium ‚Globales Minimum‘ mit

der Gleichung (4.71) definiert. Die Untersuchung des gesamten Grundbruchwiderstands R_{GM} entspricht der Bestimmung des maßgebenden α_{GM} mit der Differentialgleichung (4.72), wobei α_{GM} nicht nur abhängig vom Reibungswinkel φ ist, sondern auch von q , c und γb .

$$\frac{\partial [Q_d(\alpha) + Q_c(\alpha) + Q_b(\alpha)]}{\partial \alpha} = q \cdot \frac{\partial N_d(\alpha)}{\partial \alpha} + c \cdot \frac{\partial N_c(\alpha)}{\partial \alpha} + \gamma b \frac{\partial N_b(\alpha)}{\partial \alpha} = 0 \Rightarrow \alpha = \alpha_{GM} \quad (4.72)$$

Die Gleichung (4.72) kann mit zwei dimensionslosen Koeffizienten $q/\gamma b$ und $c/\gamma b$ vereinfacht werden, woraus sich die vereinfachte Gleichung (4.73) ergibt:

$$\frac{q}{\gamma b} \cdot \frac{\partial N_d(\alpha)}{\partial \alpha} + \frac{c}{\gamma b} \cdot \frac{\partial N_c(\alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial N_b(\alpha)}{\partial \alpha} = 0 \Rightarrow \alpha = \alpha_{GM} \quad (4.73)$$

Zur Lösung der Gleichung (4.73) sind unterschiedliche Bruchmechanismen bzw. α_{GM} für die verschiedenen Kombinationen der Werte von $q/\gamma b$ und $c/\gamma b$ maßgebend. Damit werden die von den dimensionslosen Koeffizienten $q/\gamma b$ und $c/\gamma b$ abhängigen Tragfähigkeitsbeiwerte $N_{i,GM}$ bzw. der gesamte Grundbruchwiderstand R_{GM} ermittelt. Die Ergebnisse der Berechnungen mit dem Kriterium ‚Globales Minimum‘ für einen Boden mit einem Reibungswinkel $\varphi = 30^\circ$, einer Bodenwichte $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ und einer Fundamentbreite $b = 2 \text{ m}$ werden in Tabelle 4.1 dargestellt.

Tabelle 4.1: ‚Globales Minimum‘ für Boden mit $\varphi = 30^\circ$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ und $b = 2 \text{ m}$

$q/\gamma b$	$c/\gamma b$	$\alpha_{GM} [^\circ]$	$N_{b,GM}$	$N_{d,GM}$	$N_{c,GM}$	$R_{GM} [\text{kN/m}]$	$R_{S,DIN 4017} [\text{kN/m}]$
0	0	50,67	9,78	33,27	55,89	782,30	803,72
	0,05	52,51	10,01	25,05	41,65	967,62	924,28
	0,125	53,70	10,38	22,39	37,05	1201,26	1105,12
	0,25	54,81	10,87	20,80	34,30	1555,80	1406,52
	0,5	56,01	11,56	19,68	32,35	2218,70	2009,31
	1	57,18	12,39	18,99	31,16	3483,80	3214,89
	2	58,17	13,24	18,63	30,54	5945,88	5626,06
0,05	0	51,97	9,90	26,76	44,61	898,92	877,33
	0,05	53,06	10,16	23,67	39,26	1064,82	997,89
	0,125	54,02	10,51	21,87	36,15	1289,74	1178,72
	0,25	55,00	10,97	20,59	33,94	1638,58	1480,12
	0,5	56,11	11,62	19,61	32,23	2297,26	2082,91
	1	57,23	12,43	18,97	31,12	3559,72	3288,50
	2	58,19	13,26	18,63	30,53	6020,40	5699,67

0,125	0	52,94	10,13	23,93	39,72	1049,66	987,73
	0,05	53,66	10,37	22,45	37,16	1202,84	1108,29
	0,125	54,41	10,68	21,30	35,16	1419,14	1289,13
	0,25	55,24	11,10	20,34	33,49	1761,34	1590,53
	0,5	56,25	11,71	19,51	32,06	2414,60	2193,32
	1	57,29	12,48	18,94	31,07	3673,44	3398,90
	2	58,22	13,28	18,62	30,52	6132,14	5810,08
0,25	0	53,92	10,47	22,03	36,42	1278,08	1171,75
	0,05	54,39	10,67	21,33	35,21	1421,16	1292,30
	0,125	54,94	10,94	20,66	34,05	1628,66	1473,14
	0,25	55,60	11,30	20,01	32,92	1962,98	1774,54
	0,5	56,45	11,85	19,38	31,83	2609,02	2377,33
	1	57,39	12,56	18,90	31,00	3862,62	3582,92
	2	58,26	13,32	18,61	30,50	6318,30	5994,09
0,5	0	55,06	11,00	20,53	33,83	1701,16	1539,77
	0,05	55,33	11,15	20,25	33,34	1835,48	1660,33
	0,125	55,68	11,35	19,94	32,80	2033,82	1841,16
	0,25	56,14	11,64	19,58	32,19	2358,52	2142,56
	0,5	56,79	12,10	19,18	31,49	2994,48	2745,35
	1	57,57	12,71	18,83	30,88	4239,82	3950,94
	2	58,34	13,39	18,59	30,47	6708,32	6362,11
1	0	56,26	11,72	19,50	32,04	2497,88	2275,81
	0,05	56,41	11,82	19,41	31,88	2625,72	2396,37
	0,125	56,60	11,96	19,29	31,68	2816,40	2577,21
	0,25	56,87	12,16	19,14	31,42	3131,78	2878,61
	0,5	57,30	12,48	18,94	31,07	3756,32	3481,40
	1	57,86	12,96	18,73	30,70	4990,72	4686,98
	2	58,48	13,53	18,56	30,42	7433,34	7098,15
2	0	57,40	12,57	18,89	30,99	4028,30	3747,90
	0,05	57,47	12,62	18,87	30,94	4152,18	3868,46
	0,125	57,56	12,70	18,83	30,88	4337,66	4049,30
	0,25	57,70	12,81	18,78	30,80	4646,04	4350,70
	0,5	57,83	13,01	18,70	30,67	5260,60	4953,49
	1	58,27	13,33	18,61	30,50	6483,60	6159,07
	2	58,69	13,74	18,52	30,34	8916,32	8570,24
∞	∞	60,00	15,19	18,40	30,14	-	-

Tabelle 4.1 zeigt, dass der Tragfähigkeitsbeiwert $N_{b,GM}$ und der aktive Gleitwinkel α_{GM} mit der Erhöhung von $q/\gamma b$ und $c/\gamma b$ zunehmen und die Tragfähigkeitsbeiwerte $N_{d,GM}$ und $N_{c,GM}$ sich verringern. Wenn $q/\gamma b$ und $c/\gamma b$ gleich 0 sind, erhält man $N_{b,IM}$. Mit demselben Bruchmechanismus sind die möglichen Maxima der Tragfähigkeitsbeiwerte N_d und N_c zu berechnen. Wenn die Koeffizienten $q/\gamma b$ oder $c/\gamma b$ gegen unendlich gehen (wie bei gewichtslosem Boden), ist der klassische Bruchmechanismus nach Prandtl (1920) für die Berechnung maßgebend, nach dem sowohl $N_{d,IM}$ und $N_{c,IM}$ als auch der maximale Wert von N_b definiert werden. Die Darstellung der Ergebnisse nach dem Kriterium ‚Globales Minimum‘ für den Boden mit anderen Reibungswinkeln ($\varphi = 15^\circ - 40^\circ$) ist Anhang III zu entnehmen.

Abbildung 4.15 zeigt die Abweichung zwischen dem Grundbruchwiderstand R_{GM} nach dem Kriterium ‚Globales Minimum‘ und $R_{S,DIN 4017}$ mit der Superpositionsmethode aus Tabelle 4.1 nach DIN 4017 (2006a). Wenn die Koeffizienten $q/\gamma b$ und $c/\gamma b$ von 0 zunehmen, vergrößert sich die Abweichung von -2,7 % (Unterschied zwischen $N_{b,IM}$ und $N_{b,DIN 4017}$) bis zum maximalen Wert von ca. 10 %. Danach nimmt die Abweichung mit der Zunahme der Koeffizienten ab, bleibt jedoch immer positiv. Der mit der Superpositionsmethode nach DIN 4017 (2006) berechnete gesamte Grundbruchwiderstand $R_{S,DIN 4017}$ ist grundsätzlich kleiner als der R_{GM} nach dem Kriterium ‚Globales Minimum‘.

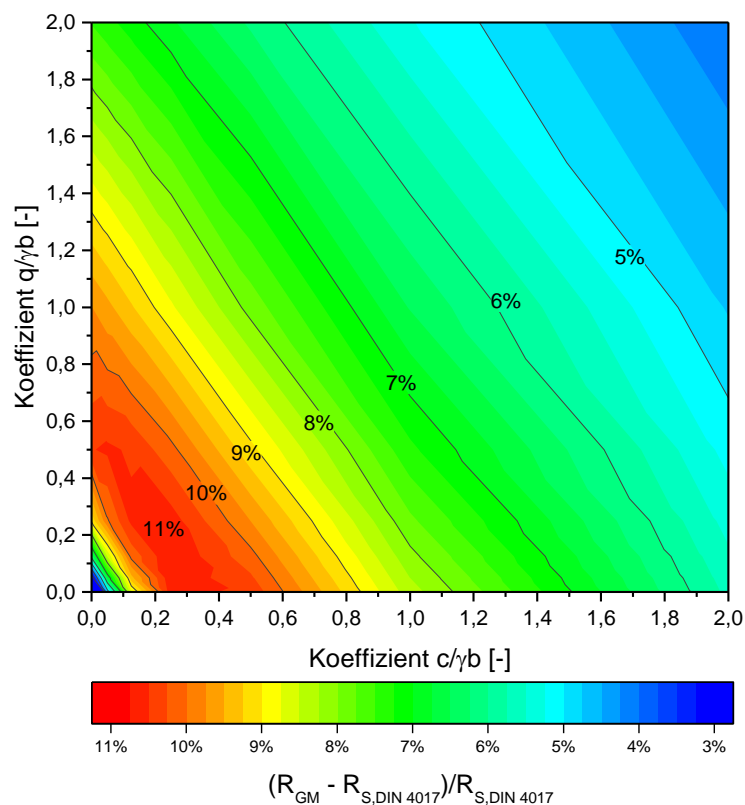


Abbildung 4.15: Abweichung zwischen R_{GM} und $R_{S,DIN 4017}$ für einen Boden mit $\varphi = 30^\circ$

4.4 Vergleich des analytischen Ansatzes mit den numerischen Verfahren

Die Verifizierung des analytischen Berechnungsansatzes wird mit zwei Typen durchgeführt: ‚Individuelles Minimum‘ und ‚Globales Minimum‘. Zur Durchführung des Verfahrens mit dem Kriterium ‚Individuelles Minimum‘ werden alle drei Tragfähigkeitsbeiwerte mit PLAXIS 2D und FIDES-GeoStability für den homogenen Untergrund berechnet. Nur der gesamte Grundbruchwiderstand kann mit den numerischen Verfahren zur Verifizierung des Berechnungsansatzes mit dem Kriterium ‚Globales Minimum‘ herangezogen werden. Damit werden die Tragfähigkeitsbeiwerte $N_{i,GM}$ nach dem analytischen Berechnungsansatz nicht berücksichtigt. Der Vergleich der Bruchmechanismen ist auch Hauptbestandteil der Verifizierung des analytischen Berechnungsansatzes.

4.4.1 Vergleich des Berechnungsansatzes nach dem Kriterium ‚Individuelles Minimum‘

Zur Verifizierung des analytischen Berechnungsansatzes werden die Bodenmaterialien mit verschiedenen Reibungswinkeln ($15^\circ - 40^\circ$) angenommen. Die numerischen Berechnungen werden für die Parameter, nämlich Bodeneigengewicht, Kohäsion und seitlicher Auflast (Einbindetiefe) separat durchgeführt.

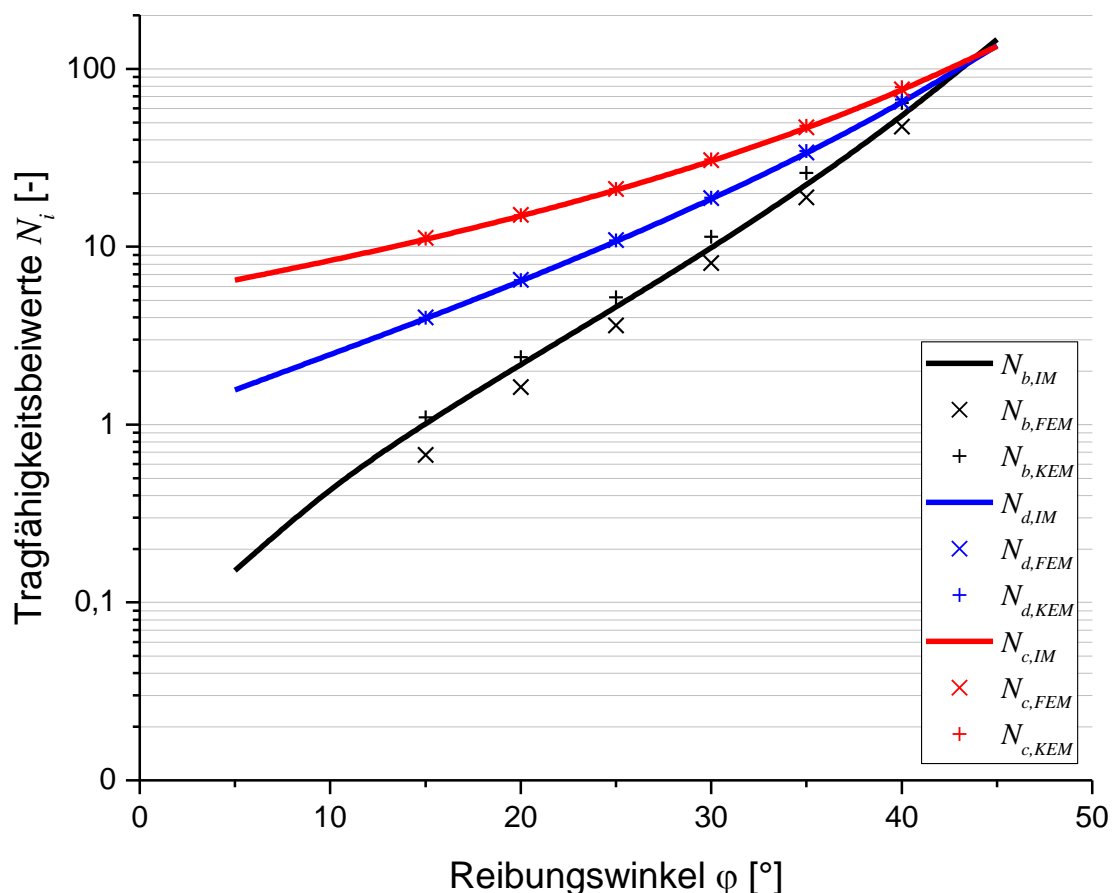
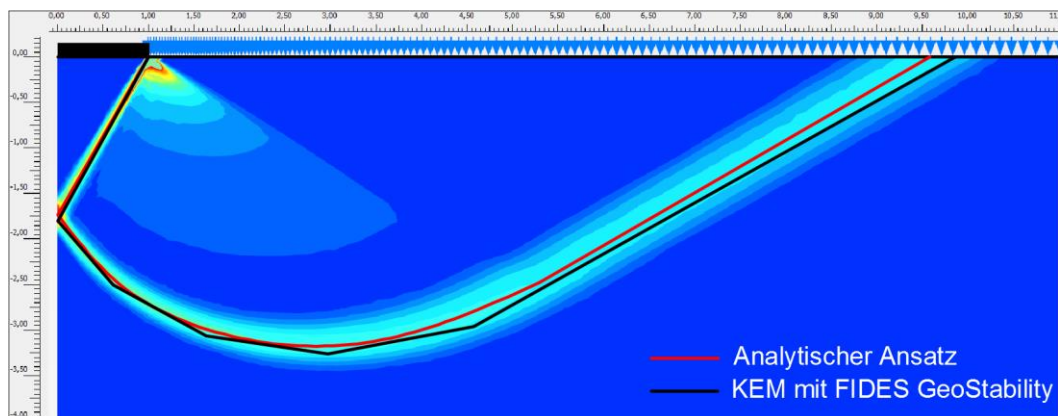
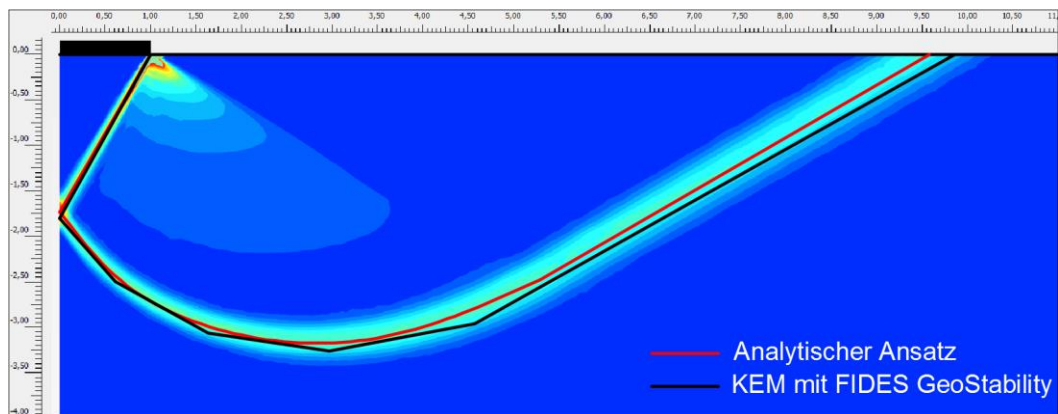


Abbildung 4.16: Vergleich zwischen $N_{i,IM}$, $N_{i,FEM}$ und $N_{i,KEM}$

Der Vergleich zwischen den Ergebnissen der analytischen und numerischen Berechnungen ist in Abbildung 4.16 dargestellt. Der Einfluss der Fundamentbreite ist sowohl für den analytischen Berechnungsansatz als auch für die numerischen Verfahren linear, deswegen wird die Fundamentbreite mit $b = 2 \text{ m}$ für alle Berechnungen festgelegt. Die Ergebnisse der Tragfähigkeitsbeiwerte $N_{d,IM}$ und $N_{c,IM}$ der numerischen Berechnungen mit FEM und KEM stimmen mit den Ergebnissen des analytischen Berechnungsansatzes überein. Hingegen ergeben sich offenbare Unterschiede beim Tragfähigkeitsbeiwert $N_{b,IM}$ zwischen den analytischen und numerischen Verfahren. Der $N_{b,IM}$ liegt zwischen den Ergebnissen der FEM und KEM, wobei der mit FEM berechnete $N_{b,FEM}$ immer kleiner und der mit KEM bestimmte $N_{b,KEM}$ immer etwas größer ist. Die Abweichungen zwischen $N_{b,IM}$ und $N_{b,FEM}$ nehmen von ca. 34 % mit $\varphi = 15^\circ$ bis ca. 12 % mit $\varphi = 40^\circ$ ab. Die Abweichungen zwischen $N_{b,IM}$ und $N_{b,KEM}$ nehmen von ca. 5 % mit $\varphi = 15^\circ$ bis ca. 17 % mit $\varphi = 40^\circ$ zu.



a) Maßgebende Bruchmechanismen für N_d

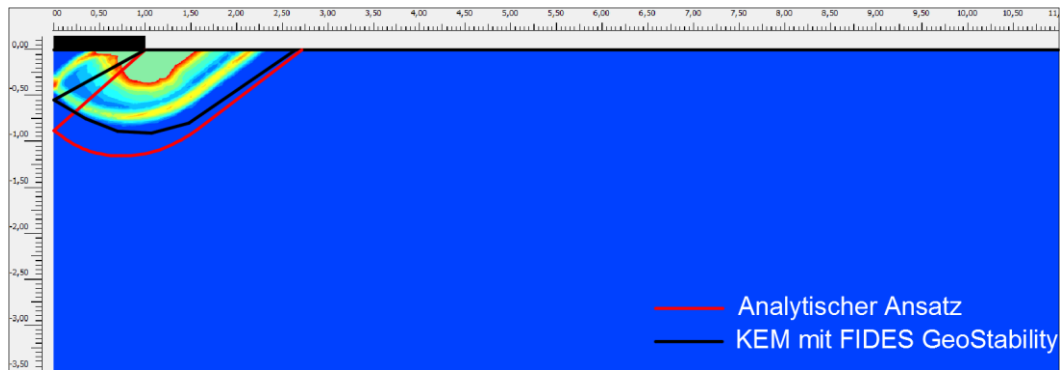


b) Maßgebende Bruchmechanismen für N_c

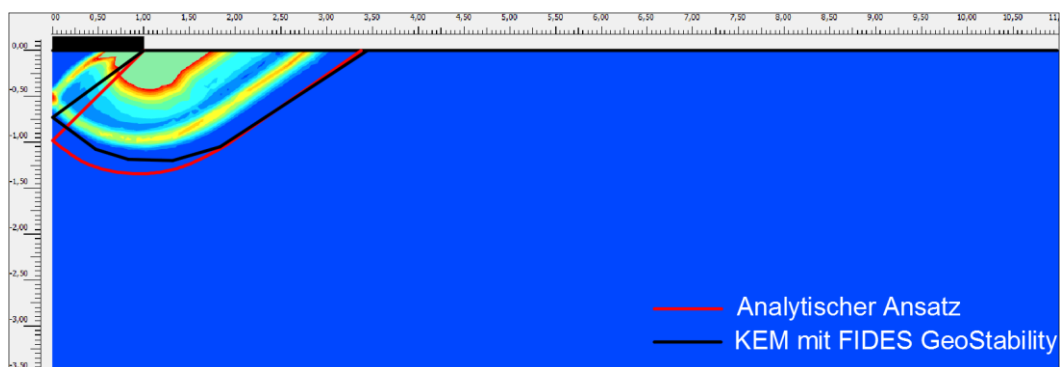
Abbildung 4.17: Maßgebende Bruchmechanismen für N_d und N_c mit $\varphi = 30^\circ$

Abbildung 4.17 zeigt die maßgebenden Bruchmechanismen von verschiedenen Verfahren für den Boden mit einem Reibungswinkel $\varphi = 30^\circ$ zur Berechnung der Tragfähigkeitsbeiwerte $N_{d,IM}$ und $N_{c,IM}$. Die maßgebenden Bruchmechanismen von allen drei Verfahren für die beiden

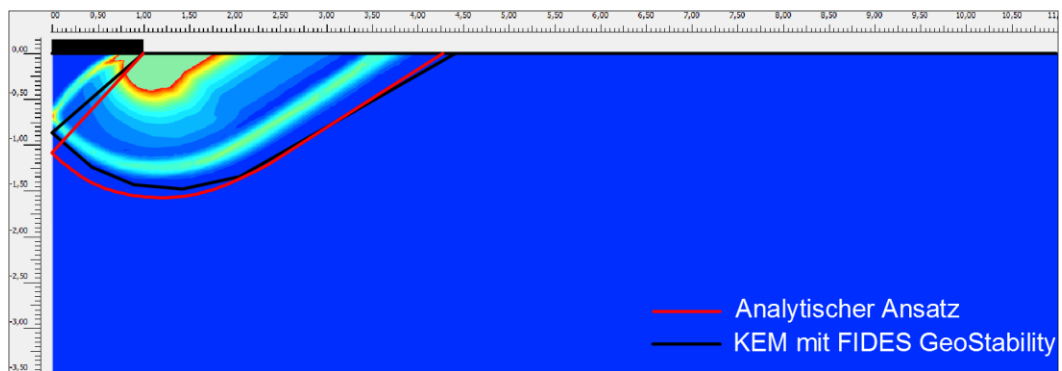
Tragfähigkeitsbeiwerte sind nahezu identisch und entsprechen der klassischen Lösung nach Prandtl (1920).



a) Maßgebende Bruchmechanismen für $\varphi = 15^\circ$



b) Maßgebende Bruchmechanismen für $\varphi = 20^\circ$



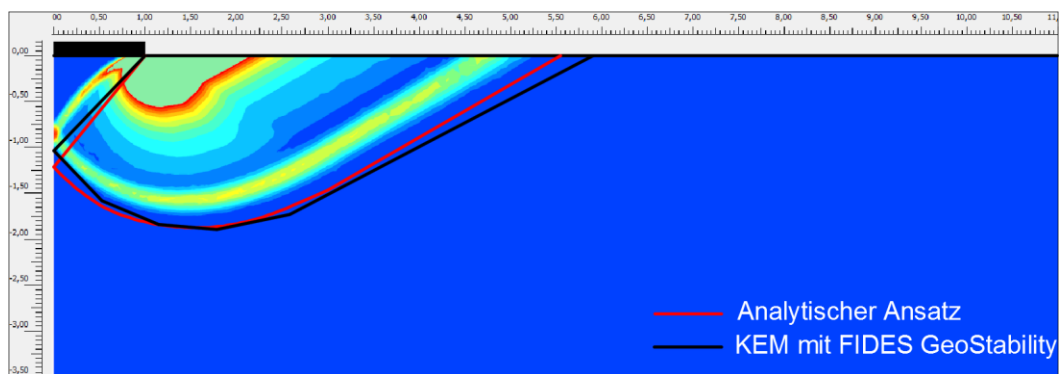
c) Maßgebende Bruchmechanismen für $\varphi = 25^\circ$

Abbildung 4.18: Maßgebende Bruchmechanismen für $N_{b,IM}$ mit $\varphi \leq 25^\circ$

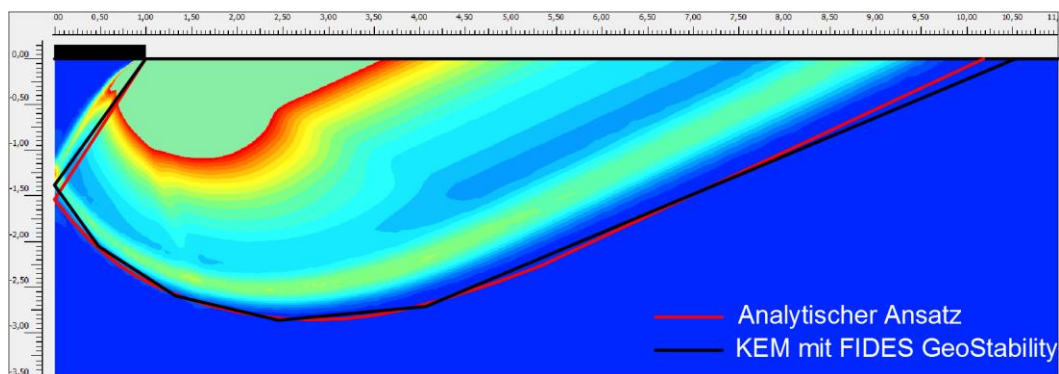
Nicht nur beim Tragfähigkeitsbeiwert N_b , sondern auch bei den maßgebenden Bruchmechanismen ergeben sich Unterschiede zwischen den Ergebnissen aus den verschiedenen Verfahren. Die Bruchmechanismen für einen Untergrund mit relativ kleinem Reibungswinkel $\varphi \leq 25^\circ$ werden in Abbildung 4.18 dargestellt. Die maßgebenden Bruchmechanismen der FEM sind immer kleiner als die Bruchmechanismen des analytischen Ansatzes und der KEM. Die Kanten der passiven Zone von allen drei Verfahren sind nahezu parallel zu einander. Die aktiven Gleitkeile der KEM passen besser zu denen der FEM, als die

nach dem analytischen Ansatz bestimmten. Obwohl die maßgebenden Bruchmechanismen nach der KEM offensichtlich kleiner sind, als die mit analytischen Verfahren berechneten, sind die mit KEM gerechneten $N_{b,KEM}$ in Fällen mit $\varphi \leq 25^\circ$ größer als $N_{b,IM}$.

Abbildung 4.19 stellt die maßgebenden Bruchmechanismen für einen Boden mit relativ großen Reibungswinkeln nach verschiedenen Verfahren dar. Damit wird verdeutlicht, dass der Unterschied zwischen den Bruchmechanismen und dem Tragfähigkeitsbeiwert N_b (Abbildung 4.14) mit einem Reibungswinkel $\varphi \geq 25^\circ$ infolge der Festlegung des Drehpunktes der logarithmischen Spirale vernachlässigt werden kann.



a) Maßgebende Bruchmechanismen für $\varphi = 30^\circ$



b) Maßgebende Bruchmechanismen für $\varphi = 40^\circ$

Abbildung 4.19: Maßgebende Bruchmechanismen für $N_{b,IM}$ mit $\varphi > 25^\circ$

Nach dem Vergleich ist ersichtlich, dass mittels der FEM geringere Tragfähigkeitsbeiwerte N_b sowie kleinere Bruchmechanismen errechnet werden als mit dem analytischen Ansatz. Die Abweichung zwischen $N_{b,FEM}$ und $N_{b,IM}$ entspricht dem Unterschied zwischen $N_{b,FEM}$ und $N_{b,DIN\ 4017}$, wobei $N_{b,DIN\ 4017}$ mit der empirischen Gleichung (2.58) berechnet und kein Bruchmechanismus damit definiert wird. Im Vergleich zu $N_{b,KEM}$ liegt der $N_{b,IM}$ immer auf der sicheren Seite. Das erzielte Ergebnis stimmt mit der Aussage von Perau (1995) überein, dass die theoretisch richtige Lösung von N_b die geringste ist und die mit der KEM ermittelte Lösung nicht überschreiten darf. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass $N_{b,IM}$ und der dafür

maßgebende Bruchmechanismus nach dem in dem Kapitel 4.2 vorgestellten analytische Ansatz theoretisch akzeptierbar sind.

4.4.2 Vergleich des Berechnungsansatzes nach dem Kriterium ‚Globales Minimum‘

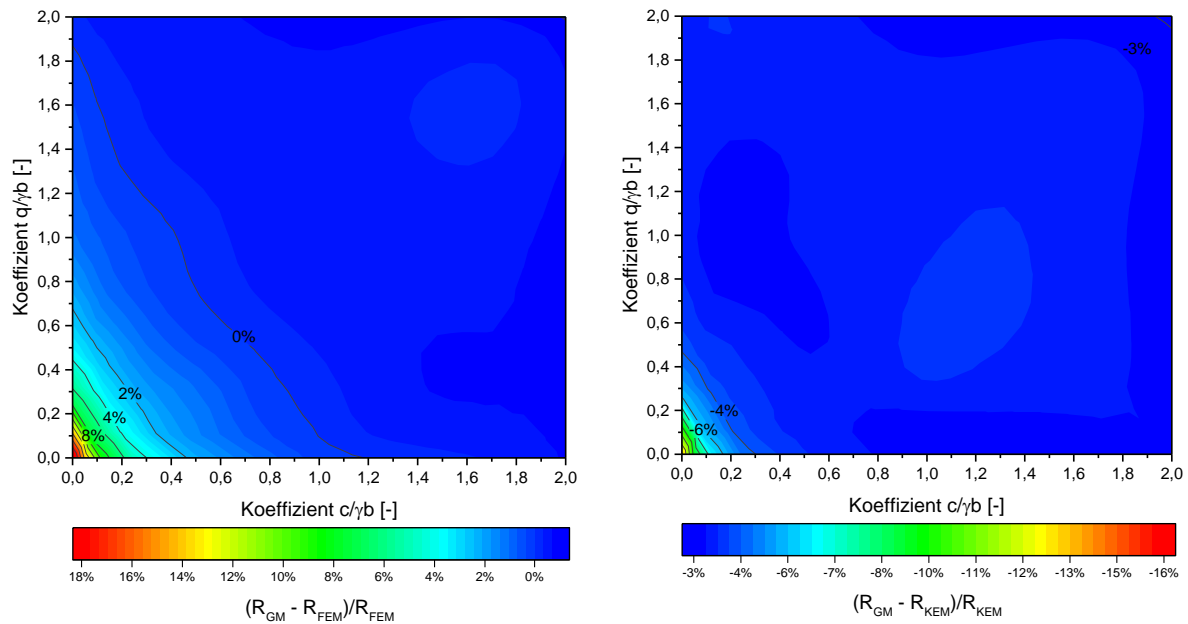
Mit den numerischen Verfahren kann der gesamte Grundbruchwiderstand der Flachgründung mit kombinierten Parametern berechnet werden. Dabei werden nur der gesamte Grundbruchwiderstand und der dazugehörige Bruchmechanismus bestimmt, die Größen der einzelnen Tragfähigkeitsbeiwerte können nicht berücksichtigt werden. Sowohl der gesamte Grundbruchwiderstand als auch die Bruchmechanismen der drei Verfahren werden verglichen.

Um den analytischen Ansatz zu verifizieren, werden Berechnungen mit verschiedenen Kombinationen von Parametern durchgeführt. Die dabei verwendeten Parameter sind der Tabelle 4.2 zu entnehmen. Die Berechnungen werden mit der Bodenwichte $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ und einer Fundamentbreite $b = 2 \text{ m}$ durchgeführt.

Tabelle 4.2: Parameter zur Berechnung des gesamten Grundbruchwiderstands nach dem Kriterium ‚Globales Minimum‘

Bezeichnung	Werte
Reibungswinkel φ [°]	15, 20, 25, 30, 35, 40
Kohäsion c [kN/m ²]	0, 2, 5, 10, 20, 40, 80
Seitliche Auflast q [kN/m ²]	0, 2, 5, 10, 20, 40, 80

Die Darstellung der Vergleiche der gesamten Grundbruchwiderstände aus verschiedenen Verfahren erfolgt mittels der Verwendung der dimensionslosen Koeffizienten $q/\gamma b$ oder $c/\gamma b$. Um die Einflüsse beider Koeffizienten zu bewerten, werden die Abweichungen zwischen R_{FEM} , R_{KEM} und R_{GM} in Konturzeichnungen dargestellt. Die Ergebnisse für den Boden mit $\varphi = 30^\circ$ sind der Abbildung 4.20 zu entnehmen. Die Vergleiche zeigen, dass grundsätzlich sowohl die Abweichung zwischen R_{FEM} und R_{GM} als auch zwischen R_{KEM} und R_{GM} mit der Erhöhung der Koeffizienten $q/\gamma b$ oder $c/\gamma b$ abnimmt, wobei sich die maximale Abweichung für den Fall mit $q/\gamma b = 0$ und $c/\gamma b = 0$ ergibt (vgl. Abbildung 4.16). R_{GM} wird kleiner als R_{FEM} , wenn die Koeffizienten $q/\gamma b$ oder $c/\gamma b$ relativ hohe Werte aufweisen. Im Vergleich zu R_{KEM} liegt R_{GM} immer auf der sicheren Seite. Die Vergleiche für die Böden mit anderen Reibungswinkeln sind dem Anhang IV zu entnehmen, wobei sich die gleichen Tendenzen wie in Abbildung 4.20 zeigen. Die Abweichungen zwischen R_{GM} und den nach FEM und KEM sind immer akzeptierbar.



a) Abweichung zwischen R_{GM} und R_{FEM} [%] b) Abweichung zwischen R_{GM} und R_{KEM} [%]

Abbildung 4.20: Vergleich zwischen R_{FEM} , R_{KEM} und R_{GM} für den Boden mit $\varphi = 30^\circ$

Der Vergleich von Abbildung 4.15 und Abbildung 4.20 macht deutlich, dass der gesamte Grundbruchwiderstand $R_{S,DIN\ 4017}$ nach der Superpositionsmethode konservativer als R_{FEM} , R_{KEM} und R_{GM} ist (für $q/\gamma b \neq 0$ und $c/\gamma b \neq 0$). Die mit dem in den Kapitel 4.3 dargestellten analytischen Berechnungsansatz unter dem Kriterium ‚Globales Minimum‘ berechneten R_{GM} passen besser zu den Ergebnissen der numerischen Verfahren als $R_{S,DIN\ 4017}$.

Ein großer Vorteil des neuen analytischen Berechnungsansatzes gegenüber dem Verfahren nach DIN 4017 (2006) ist, dass der maßgebende Bruchmechanismus definiert werden kann. Abbildung 4.21 zeigt die Vergleiche der Bruchmechanismen nach verschiedenen Methoden mit unterschiedlichen Kombinationen von $q/\gamma b$ und $c/\gamma b$ für einen Boden mit $\varphi = 30^\circ$. Im Vergleich zu den Bruchmechanismen nach Abbildung 4.19 a) mit $q/\gamma b = 0$ und $c/\gamma b = 0$ vergrößern sich die Bruchmechanismen nach allen drei Verfahren mit der Zunahme von $q/\gamma b$ und $c/\gamma b$. Die maximalen Bruchmechanismen ergeben sich bei der Annahme des Extremfalls mit $q/\gamma b$ und $c/\gamma b$ gegen unendlich und sind der Abbildung 4.17 zu entnehmen. Der Unterschied zwischen den Bruchmechanismen nach der KEM und FEM bleibt nahezu unverändert mit der Zunahme von $q/\gamma b$ und $c/\gamma b$ und der Unterschied zwischen dem analytischen Ansatz und FEM verkleinert sich damit. Obwohl der Bruchmechanismus beim analytischen Ansatz größer als der von KEM sein kann, bleibt die R_{GM} immer kleiner als die R_{KEM} . Zusammenfassend lässt sich daraus schließen, dass die Bruchmechanismen nach dem neuen analytischen Berechnungsansatz vergleichbar mit den nach numerischen Verfahren ermittelten sind.

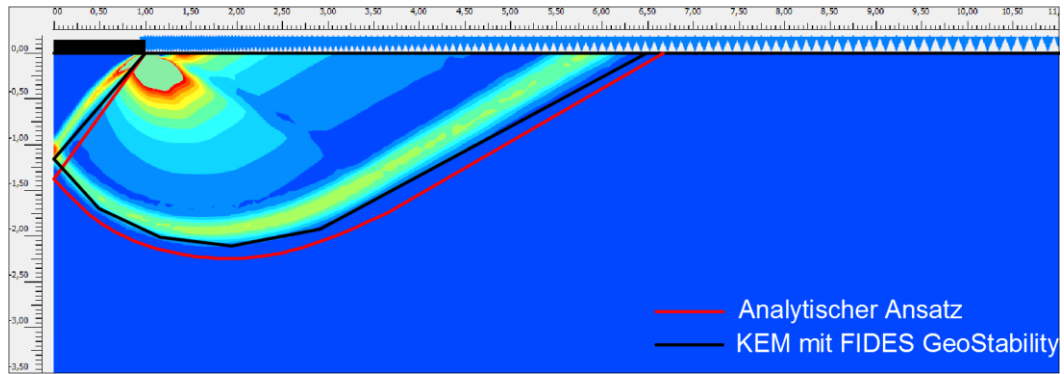
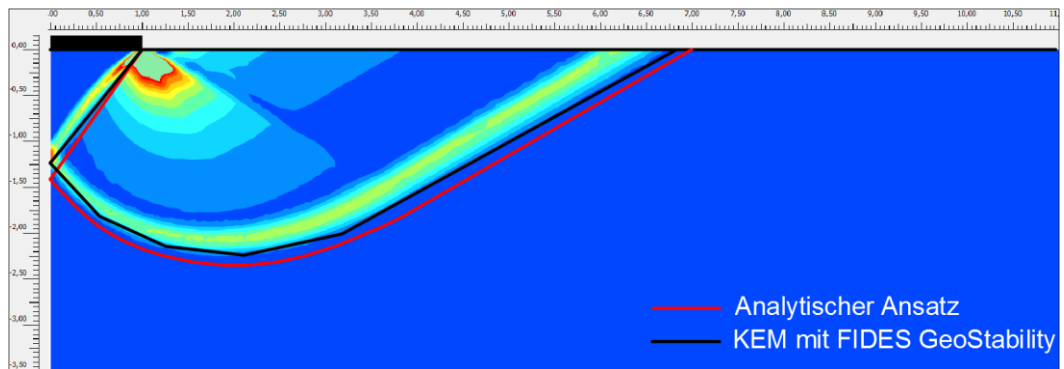
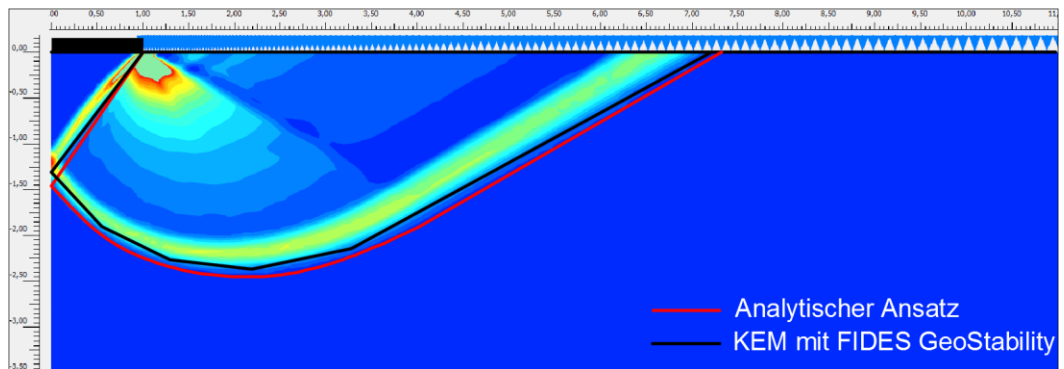
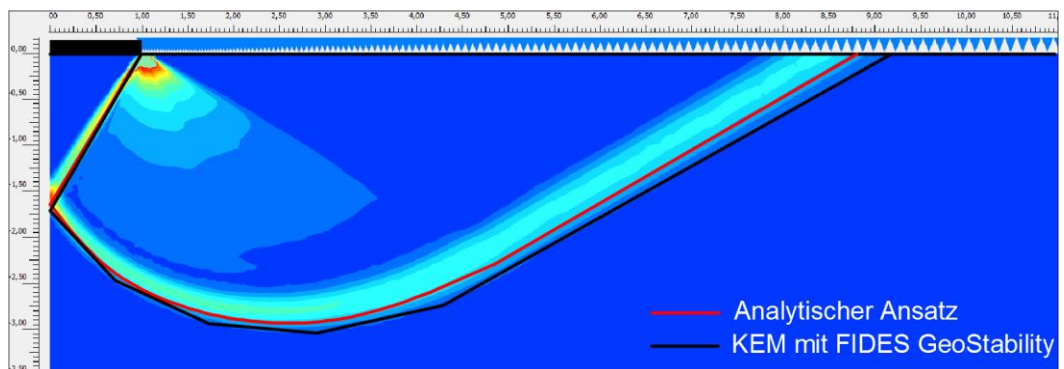
a) $q/\gamma b = 0,25$ und $c/\gamma b = 0$ b) $q/\gamma b = 0$ und $c/\gamma b = 0,25$ c) $q/\gamma b = 0,25$ und $c/\gamma b = 0,25$ d) $q/\gamma b = 2$ und $c/\gamma b = 2$

Abbildung 4.21: Maßgebende Bruchmechanismen mit unterschiedlichen Kombinationen von $q/\gamma b$ und $c/\gamma b$ für den Boden mit $\varphi = 30^\circ$

4.5 Fazit

Ein neuer analytischer Ansatz zur Berechnung der Tragfähigkeitsbeiwerte $N_{i,IM}$ nach dem Kriterium ‚Individuelles Minimum‘ sowie des gesamten Grundbruchwiderstand R_{GM} ($N_{i,GM}$) nach dem Kriterium ‚Globales Minimum‘ wurden im vorliegenden Kapitel vorgestellt. Sowohl die $N_{i,IM}$ und R_{GM} als auch die damit verbundenen maßgebenden Bruchmechanismen stimmen mit den Ergebnissen der numerischen Verfahren (FEM und KEM) gut überein. Folgende Vorteile des neuen Berechnungsansatzes können zusammengefasst werden:

1. Der maßgebenden Bruchmechanismus für $N_{d,IM}$ und $N_{c,IM}$ stimmt mit dem klassischen Bruchmechanismus nach Prandtl (1920) überein und der maßgebende Bruchmechanismus für $N_{b,IM}$ wird mit dem neuen Ansatz definiert.
2. Die Tragfähigkeitsbeiwerte $N_{i,IM}$ sind nahezu identisch mit den $N_{i0,DIN 4017}$. Die konventionelle Superpositionsmethode zur Berechnung des gesamten Grundbruchwiderstands kann nach dem Kriterium ‚Individuelles Minimum‘ folglich ohne Probleme auf den neuen Ansatz übertragen werden. Der damit gerechnete gesamte Grundbruchwiderstand R_{IM} ist kleiner als der nach dem Kriterium ‚Globales Minimum‘.
3. Der gesamte Grundbruchwiderstand R_{GM} ($N_{i,GM}$) wird durch einen einheitlichen Bruchmechanismus berechnet, was den neuen Ansatz theoretisch plausibler macht als die Superpositionsmethode mit zwei Bruchmechanismen.

5 Analytischer Ansatz für Gründungspolster

Der Gründungspolster (vgl. Abbildung 1.1) ist eine häufig verwendete geotechnische Bodenverbesserungsmaßnahme für ein Bauwerk auf weichem Untergrund. Mit dem Bodenaustausch ändert sich der Bruchmechanismus für die flache Gründung auf dem Gründungspolster gegenüber einem homogenen Untergrund. In diesem Kapitel werden zwei verschiedene mögliche Bruchmechanismen zur Bestimmung des Grundbruchwiderstands eines Gründungspolsters vorgestellt, *GP-I* (Kapitel 5.1.1): aktiver Gleitkeil liegt sowohl im Gründungspolster als auch im unteren Boden; *GP-II* (Kapitel 5.1.2): aktiver Gleitkeil liegt vollständig im Gründungspolster. Der Grundbruchwiderstand wird in der Abhängigkeit der Bodenparameter und der Geometrie berechnet. Die Geometrie eines Gründungspolsters wird mit der Mächtigkeit (t_G) und der Breite (b_G) angegeben. Im Rahmen dieser Arbeit werden folgenden Eigenschaften bzw. Merkmale eines Gründungspolsters angenommen:

- Die Mächtigkeit des Gründungspolsters t_G beträgt zwischen 0 bis $1,5b$.
- Die gesamte Breite des Gründungspolsters b_G liegt zwischen $b + t_G$ bis $3b$.
- Der Untergrund besteht grundsätzlich aus weichem, bindigem Material, z. B. Ton, Schluff oder Torf. Generell haben diese Materialien relativ kleine Reibungswinkel ($\varphi \leq 25^\circ$) und eine Kohäsion.
- Das Füllmaterial des Gründungspolsters (z. B. Sand) ist normalerweise kohäsionslos (vgl. Abbildung 1.1) und hat einen relativ größeren Reibungswinkel ($\varphi \geq 30^\circ$).

5.1 Bruchmechanismen des Gründungspolsters

Der Aufbau der beiden Bruchmechanismen (*GP-I* und *GP-II*) und die daraus abgeleiteten analytischen Berechnungsverfahren werden in den folgenden Abschnitten vorgestellt.

5.1.1 Bruchmechanismus *GP-I*

Der Bruchmechanismus *GP-I* (Abbildung 5.1) besteht aus drei Hauptteilen: der aktiven Zone AA_1BC_1C , der radialen Übergangszone CC_1BDF und der passiven Zone DEF . Die symmetrische aktive Zone AA_1BC_1C enthält vier gerade Kanten. Die Kanten AA_1 und C_1C der liegen im Gründungspolster, sie neigen mit einem variierenden Winkel α ($\tan\alpha \geq 2t_G/b$) zur Geländeoberfläche. Die Kraft auf Punkt A_1 hat einen Winkel gleich dem Reibungswinkel des Gründungspolsters φ_2 zu der Normalen der Kante AA_1 . Die Kraft auf Punkt B ist parallel zu der Kraft auf Punkt A_1 und hat einen Winkel gleich dem Reibungswinkel des Untergrunds φ_1 zu der Normalen der Kante A_1B . Der Winkel zwischen den im Untergrund liegenden Kanten A_1B und BC_1 und der unteren Grenze des Gründungspolsters KJ beträgt α_1 .

$$OH = \begin{cases} \frac{b_G / 2 - OB \sin(\alpha - \varphi_2)}{\cos \beta} & \text{für } \frac{b_G}{2} - OB \sin(\alpha - \varphi_2) \leq \frac{t_G}{\tan \beta} \\ \frac{t_G}{\sin \beta} & \text{für } \frac{b_G}{2} - OB \sin(\alpha - \varphi_2) > \frac{t_G}{\tan \beta} \end{cases} \quad (5.5)$$

Der Endpunkt der logarithmischen Spirale D wird durch den Drehwinkel θ bestimmt:

$$O_1 D = O_1 B \cdot e^{\theta \tan \varphi_1} \quad (5.6)$$

Der Winkel der rechtwinkligen passiven Zone β_1 wird durch Gleichung (5.3) festgelegt. Mit dem geometrischen Zusammenhang kann der Drehwinkel der logarithmischen Spirale wie folgt ermittelt werden:

$$\theta = \alpha_1 + \beta_1 = \alpha - \varphi_2 + \varphi_1 + 45^\circ - \frac{\varphi_1}{2} = \alpha - \varphi_2 + 45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} \quad (5.7)$$

Der gesamte Bruchmechanismus $GP-I$ wird durch die Variablen α und r (OB) definiert. Alle folgenden Längen sind für die Berechnung des Grundbruchwiderstands notwendig:

$$AA_1 = CC_1 = \frac{t_G}{\sin \alpha} \quad (5.8)$$

$$A_1 B = BC_1 = \frac{b / 2 - t_G / \tan \alpha}{\cos \alpha_1} \quad (5.9)$$

$$DF = O_1 D \sin \beta_1 + t_G + A_1 B \sin \alpha_1 - O_1 B \cos(\alpha_1 - \varphi_1) \quad (5.10)$$

$$CF = O_1 D \cos \beta_1 + O_1 B \sin(\alpha_1 - \varphi_1) - \frac{b}{2} \quad (5.11)$$

$$EF = \frac{DF}{\tan \beta_1} \quad (5.12)$$

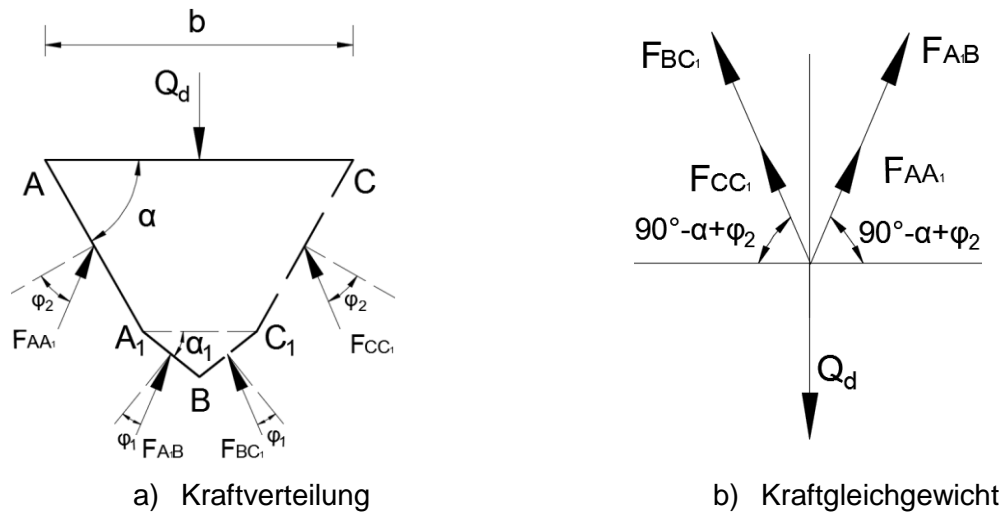
$$DE = \frac{DF}{\sin \beta_1} \quad (5.13)$$

$$CE = CF + EF \quad (5.14)$$

5.1.1.1 Grundbruchwiderstand infolge der Einbindetiefe nach $GP-I$

Die geometrische Darstellung der aktiven Zone und die schematische Darstellung des Kraftgleichgewichts sind in Abbildung 5.2 dargestellt. Die resultierenden Kräfte wirken auf die Hälfte der Gleitfläche und neigen sich mit dem Reibungswinkel der Bodenschicht zur Normalen der Gleitfläche. Folgende Gleichung kann nach Abbildung 5.2 b) definiert werden:

$$F_{AA_1} + F_{A_1 B} = \frac{Q_d}{2 \cos(\alpha - \varphi_2)} \quad (5.15)$$

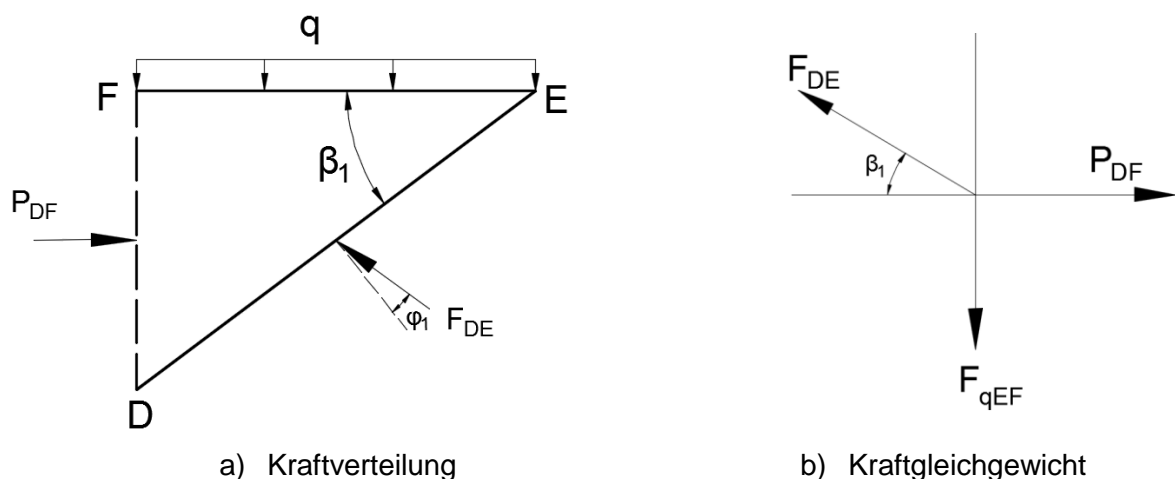
Abbildung 5.2: Aktive Zone infolge der Einbindetiefe nach *GP-I*

Die Kraftverteilung der passiven Zone *DEF* (Abbildung 5.3) ist identisch wie bei dem homogenen Fall (Kapitel 4.2.1). Drei Kräfte sind in der passiven Zone vorhanden. Mit dem Kräftegleichgewicht nach Abbildung 5.3 b) können nachstehende Gleichungen aufgestellt werden:

$$F_{qEF} = q \cdot EF \quad (5.16)$$

$$F_{DE} \sin \beta_1 = F_{qEF} \quad (5.17)$$

$$P_{DF} = F_{DE} \cos \beta_1 \quad (5.18)$$

Abbildung 5.3: Passive Zone infolge der Einbindetiefe nach *GP-I*

Das Momentengleichgewicht des gesamten Bruchmechanismus *GP-I* wird durch die beiden Punkte *O* und *O_I* betrachtet. Eine fiktive Achse *O_IOB* wird zur Berechnung des Momentengleichgewichts angenommen und trifft die Geländeoberfläche am Punkt *M* und die untere Kante des Gründungspolsters am Punkt *N*. Der Teilkörper *BMDE* zur Berechnung des

Momentengleichgewichts auf dem Punkt O_I ist der Abbildung 5.4 zu entnehmen. Eine fiktive Kraft $F_{fik.,O_I}$ auf der Achse $O_I OB$ wird zur Berechnung angenommen. Die Kraft F_{BD} auf der logarithmischen Spirale hat kein Moment auf dem Punkt O_I . Das Momentengleichgewicht auf dem Punkt O_I kann als Gleichung (5.19) geschrieben werden, mit der die fiktive Kraft $F_{fik.,O_I}$ berechnet wird.

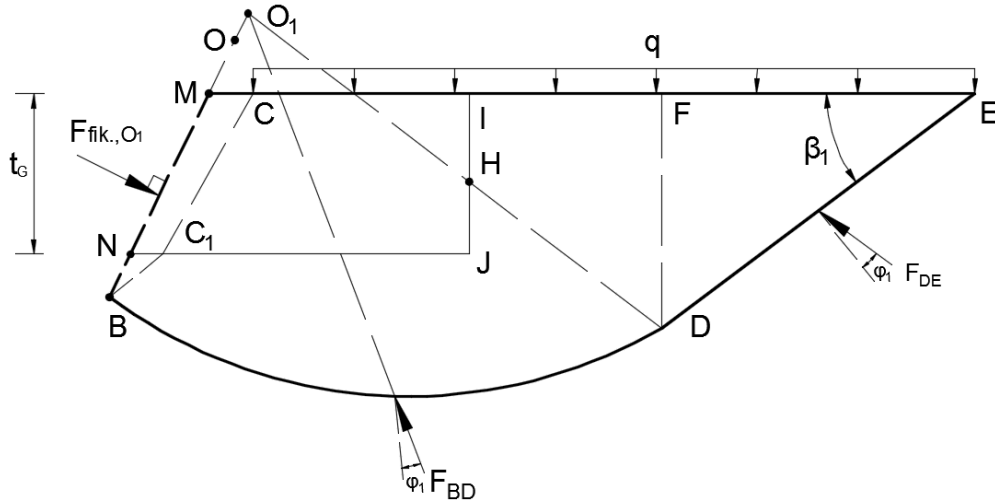


Abbildung 5.4: Teilkörper $BMDE$ des Bruchmechanismus $GP-I$ infolge der Einbindetiefe

$$M_{O_I,d} = 0: F_{fik.,O_I} l_{fik.,O_I} - F_{qCE} l_{F_{qCE}} + F_{DE} l_{F_{DE}} = 0 \quad (5.19)$$

mit

$$F_{qCE} = q \cdot CE \quad (5.20)$$

$$l_{F_{qCE}} = \frac{1}{2} CE + \frac{b}{2} - O_I B \sin(\alpha_1 - \varphi_1) \quad (5.21)$$

$$l_{F_{DE}} = \frac{1}{2} DE \cos \varphi_1 \quad (5.22)$$

Der Hebelarm der fiktiven Kraft $F_{fik.,O_I}$ ist abhängig von der Verteilung der fiktiven Spannung $f_{fik.,O_I}$. Die einheitliche Spannung $f_{fik.,O_I}$ wirkt je nach dem Verhältnis zwischen BM und $O_I B$ entweder auf BM oder $O_I B$. Die genaue Beziehung ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Folgende Gleichungen werden nach Abbildung 5.5 angegeben – die Länge der fiktiven Linie BM kann mit den geometrischen Bedingungen nach Gleichung (5.25) bestimmt werden:

$$\text{Wenn } O_I B \geq BM, \quad l_{F_{fik.,O_I}} = O_I B - \frac{BM}{2} \quad (5.23)$$

$$\text{Wenn } O_I B < BM, \quad l_{F_{fik.,O_I}} = O_I B - \frac{O_I B}{2} = \frac{O_I B}{2} \quad (5.24)$$

$$BM = \frac{t_G + \left(\frac{b}{2} - \frac{t_G}{\tan \alpha} \right) \tan \alpha_1}{\cos(\alpha_1 - \varphi_1)} \quad (5.25)$$

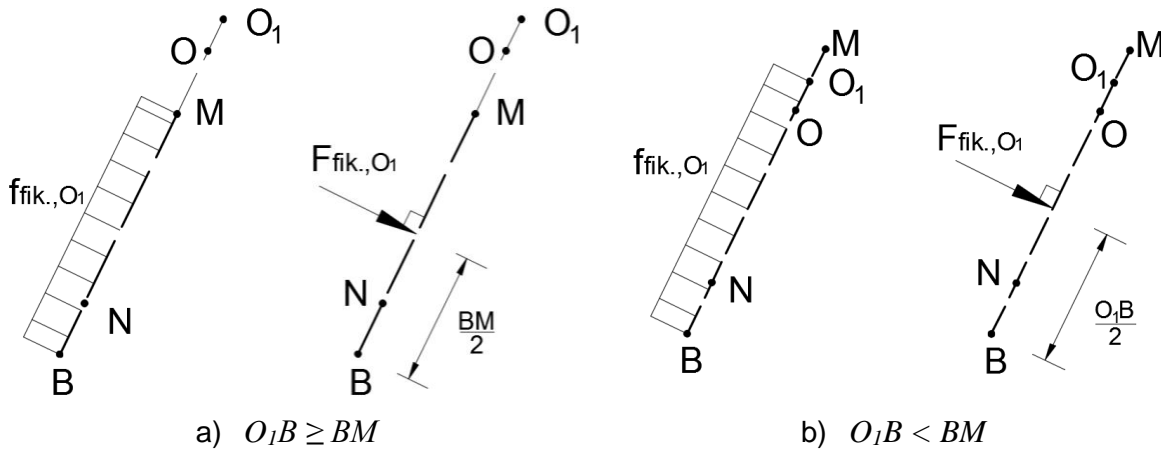


Abbildung 5.5: Linke Seite der fiktiven Achse O_1OB infolge der Einbindetiefe

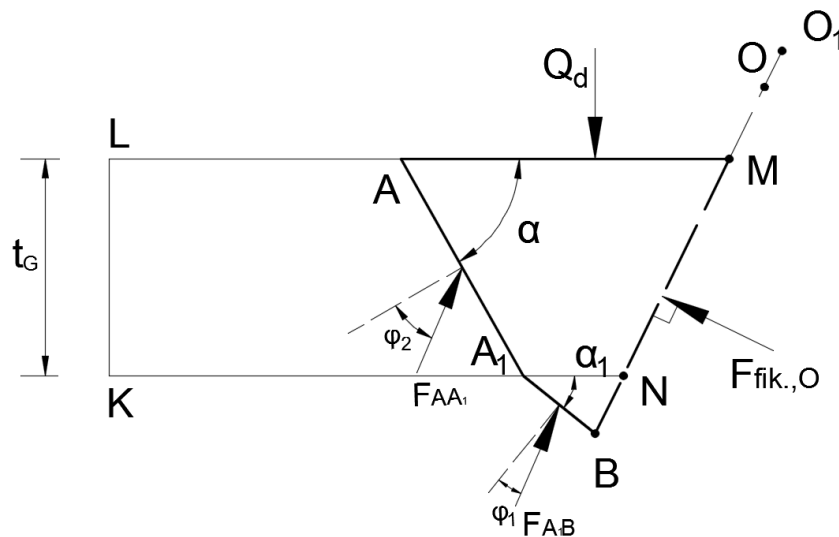


Abbildung 5.6: Teilkörper AA_1BM des Bruchmechanismus $GP-I$ infolge der Einbindetiefe

Um das Momentengleichgewicht auf dem Punkt O zu betrachten, wird der Teilkörper AA_1BM (vgl. Abbildung 5.6) analysiert. Auf dem Teilkörper AA_1BM ergeben sich vier Kräfte, von denen eine die fiktive Kraft $F_{fik.,O}$ auf der fiktiven Achse O_1OB ist. Das Momentengleichgewicht auf dem Punkt O wird durch die Gleichung (5.26) angegeben:

$$M_{O,d} = 0: Q_d l_{Q_d} - F_{fik.,O} l_{fik.,O} - F_{AA_1} l_{F_{AA_1}} - F_{A_1B} l_{F_{A_1B}} = 0 \quad (5.26)$$

mit

$$F_{fik.,O} = F_{fik.,O_1} \quad (5.27)$$

$$l_{Q_d} = OB \cdot \sin(\alpha - \varphi_2) \quad (5.28)$$

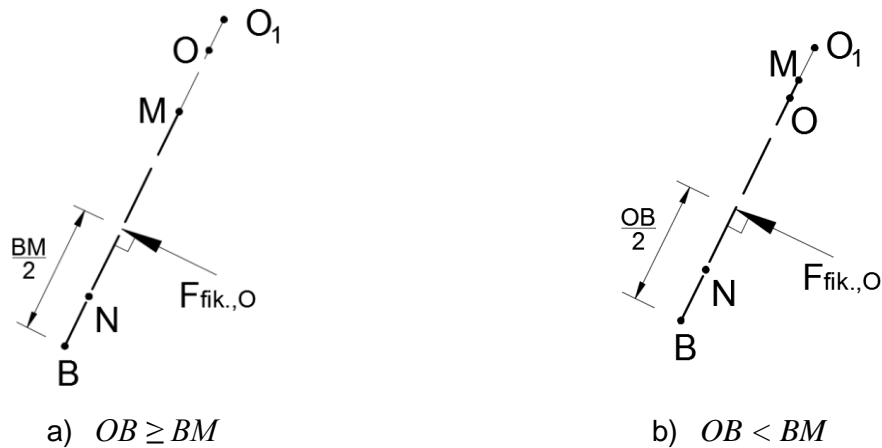


Abbildung 5.7: Rechte Seite der fiktiven Achse O_1OB infolge der Einbindetiefe

Die Spannungsverteilung auf der rechten Seite der fiktiven Achse ist analog zu Abbildung 5.5. Nach dem Kraftgleichgewicht auf der fiktiven Achse O_1OB ist die resultierende fiktive Kraft $F_{fik.,O}$ gleich wie die Kraft $F_{fik.,O_1}$. Der Hebelarm der Kraft $F_{fik.,O}$ wird mit den Gleichungen (5.29) und (5.30) nach der Abbildung 5.7 errechnet:

$$\text{Wenn } OB \geq BM, l_{F_{fik.,O}} = OB - \frac{BM}{2} \quad (5.29)$$

$$\text{Wenn } OB < BM, l_{F_{fik.,O}} = OB - \frac{OB}{2} = \frac{OB}{2} \quad (5.30)$$

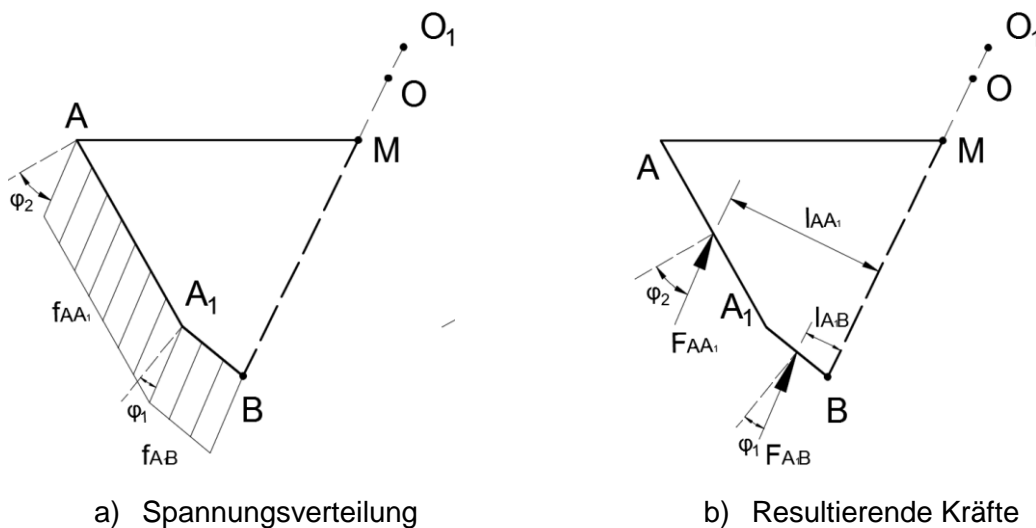


Abbildung 5.8: Spannungsverteilung und resultierende Kräfte auf der aktiven Kante

In der aktiven Zone ergeben sich zwei aktive Kanten. Es wird angenommen, dass die Spannungsverteilung auf beiden Kanten identisch ist (Richtung und Größe). Abbildung 5.8 a) zeigt die Spannungsverteilung auf den aktiven Kanten AA_1 und A_1B . Die Beziehung zwischen

5.1.1.2 Grundbruchwiderstand infolge der Kohäsion nach *GP-I*

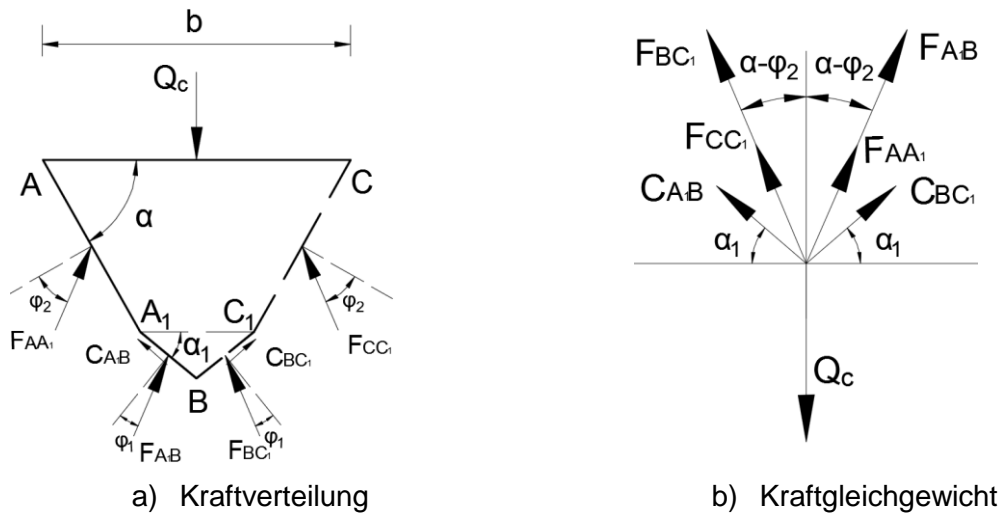


Abbildung 5.10: Aktive Zone infolge der Kohäsion nach *GP-I*

Infolge der Kohäsion ergibt sich zusätzlich eine Kohäsionskraft entlang der aktiven Kante in der unteren Schicht. Alle anderen Kräfte auf den aktiven Kanten sind identisch wie in Abbildung 5.2. Abbildung 5.10 stellt die Verteilung der resultierenden Kräfte und das Kräftegleichgewicht in der aktiven Zone schematisch dar. Folgende Gleichungen werden aus der geometrischen Bedingung und der Abbildung 5.10 b) abgeleitet:

$$F_{AA_1} + F_{A_1B} = \frac{Q_c - 2C_{A_1B} \sin \alpha_1}{2 \cos(\alpha - \varphi_2)} \quad (5.36)$$

$$C_{A_1B} = c \cdot A_1B \quad (5.37)$$

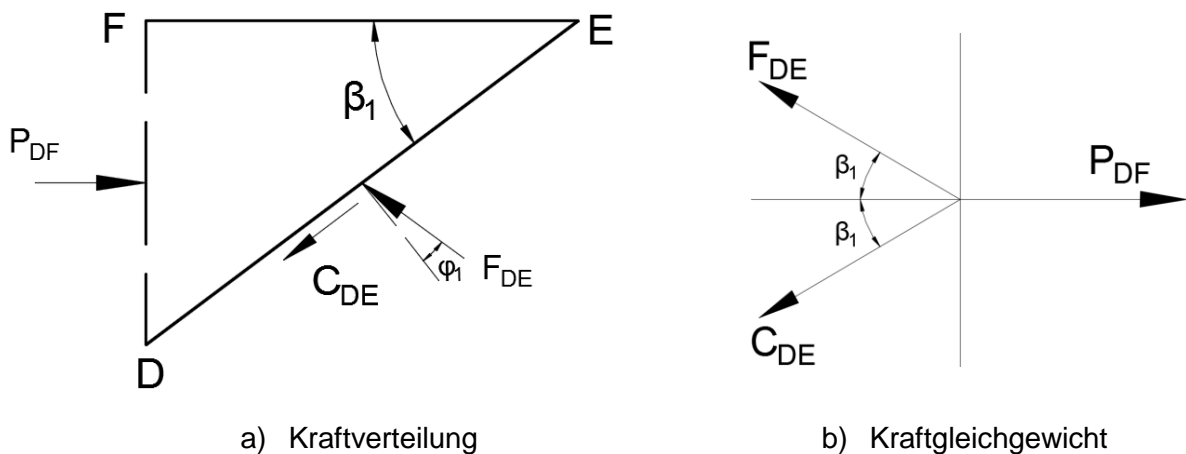


Abbildung 5.11: Passive Zone infolge der Kohäsion nach *GP-I*

Die Kraftverteilung und das Kräftegleichgewicht der passiven Zone *DEF* wird in Abbildung 5.11 dargestellt, woraus sich die folgenden Gleichungen ergeben:

$$C_{DE} = F_{DE} = c \cdot DE \quad (5.38)$$

$$P_{DF} = 2F_{DE} \cos \beta_1 \quad (5.39)$$

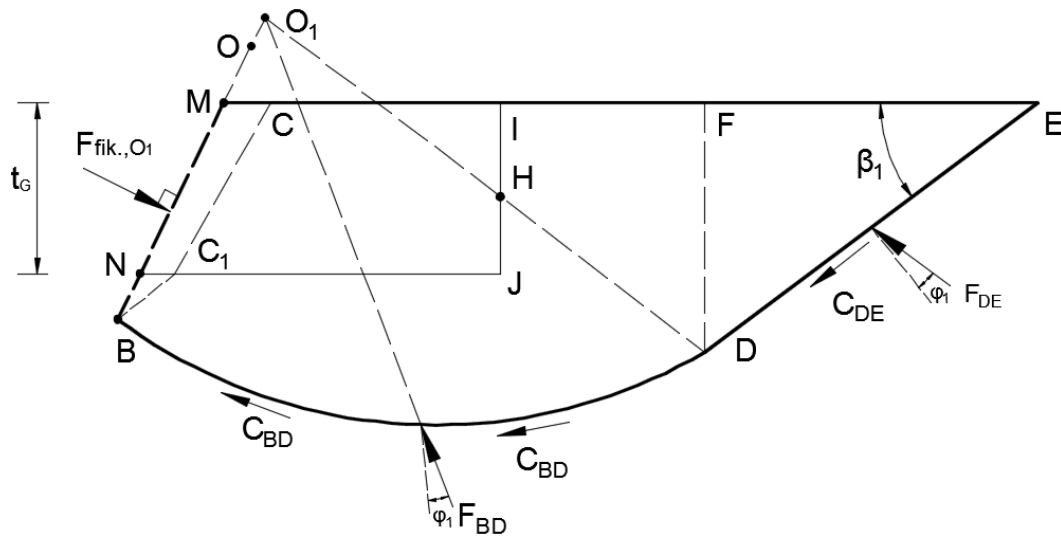


Abbildung 5.12: Teilkörper *BMDE* des Bruchmechanismus *GP-I* infolge der Kohäsion

Die fiktive Achse $O_I OB$ wird weiterhin zur Betrachtung des Momentengleichgewichts herangezogen. Der Teilkörper $BMDE$ zur Berechnung des Momentengleichgewichts infolge der Kohäsion auf dem Punkt O_I wird in Abbildung 5.12 dargestellt.

Die Spannungsverteilung auf der fiktiven Achse $O_I OB$ ist identisch mit der im Fall des Grundbruchwiderstandes infolge der Einbindetiefe (Abbildung 5.5). Eine zusätzliche Kohäsionskraft C_{BD} entlang der logarithmischen Spirale verursacht ein Moment auf dem Punkt O_I . Das Momentengleichgewicht auf dem Punkt O_I infolge der Kohäsion kann als Gleichung (5.40) geschrieben werden:

$$M_{O_1,c}=0: F_{fik,,O_1}l_{fik,,O_1}-M_{C_{BD}}-C_{DE}l_{C_{DE}}+F_{DE}l_{F_{DE}}=0 \quad (5.40)$$

mit

$$M_{C_{BD}} = \frac{c}{\tan \varphi_1} (O_1 D^2 - O_1 B^2) \quad (5.41)$$

$$P_{DF} = 2F_{DF} \cos \beta_1 \quad (5.42)$$

$$l_{F_{DE}} = \frac{1}{2} DE \cos \varphi_1 \quad (5.43)$$

$$\text{Wenn } O_1B \geq BM, l_{F_{fik.}, O_1} = O_1B - \frac{BM}{2} \quad (5.44)$$

$$\text{Wenn } O_1B < BM, \quad l_{F_{fik}, O_1} = \frac{O_1B}{2} \quad (5.45)$$

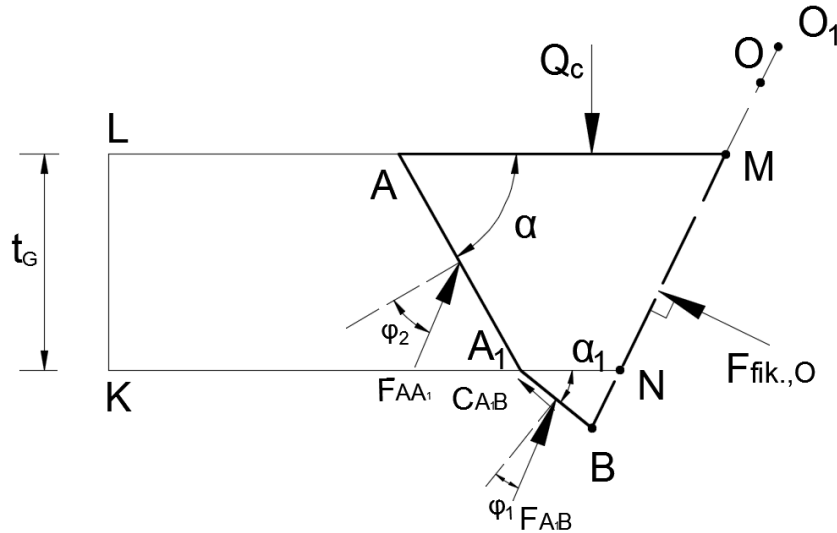


Abbildung 5.13: Teilkörper AA_1BM des Bruchmechanismus $GP-I$ infolge der Kohäsion

Im Vergleich zur Berechnung infolge der Einbindetiefe ergibt sich auf dem Teilkörper AA_1BM (Abbildung 5.13) zusätzlich noch eine Kohäsionskraft auf der Kante A_1B . Das Momentengleichgewicht auf dem Punkt O wird in der Gleichung (5.46) angegeben:

$$M_{O,c} = 0: Q_c l_{Q_c} - F_{fik.,O} l_{fik.,O} - F_{AA_1} l_{F_{AA_1}} - F_{A_1B} l_{F_{A_1B}} - C_{A_1B} l_{C_{A_1B}} = 0 \quad (5.46)$$

mit

$$F_{fik.,O} = F_{fik.,O_1} \quad (5.47)$$

$$l_{Q_c} = OB \cdot \sin(\alpha - \varphi_2) \quad (5.48)$$

$$l_{C_{A_1B}} = OB \cdot \cos \varphi_1 \quad (5.49)$$

$$\text{Wenn } OB \geq BM, l_{F_{fik.,O}} = OB - \frac{BM}{2} \quad (5.50)$$

$$\text{Wenn } OB < BM, l_{F_{fik.,O}} = \frac{OB}{2} \quad (5.51)$$

Nach der Vorgehensweise aus Abbildung 5.8 und der Gleichung (5.36) ergibt sich die folgende Gleichung:

$$F_{AA_1} l_{F_{AA_1}} + F_{A_1B} l_{F_{A_1B}} = \frac{Q_c - 2C_{A_1B} \sin \alpha_1}{4 \cos(\alpha - \varphi_2)} \cdot (A_1B \cdot \cos \varphi_1 + AA_1 \cdot \cos \varphi_2) \quad (5.52)$$

Der gesamte Bruchmechanismus $GP-I$ infolge der Kohäsion ist der Abbildung 5.14 zu entnehmen. Mit den Gleichungen (5.40), (5.46) und (5.52) kann der Grundbruchwiderstand infolge der Kohäsion mit der Gleichung (5.53) berechnet werden.

$$A_{A_1BC_1} = \frac{1}{2} A_1 C_1 \cdot A_1 B \sin \alpha_1 = A_1 B^2 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \quad (5.57)$$

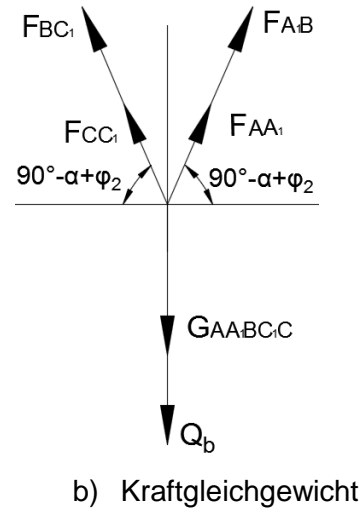
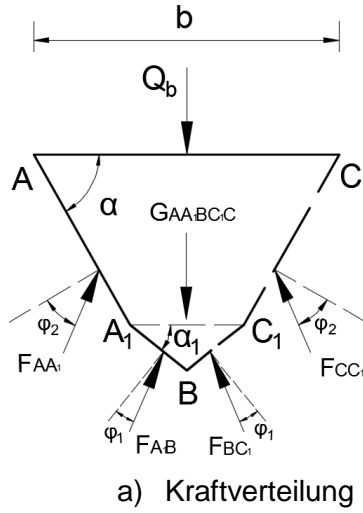


Abbildung 5.15: Aktive Zone infolge des Eigengewichts nach GP-I

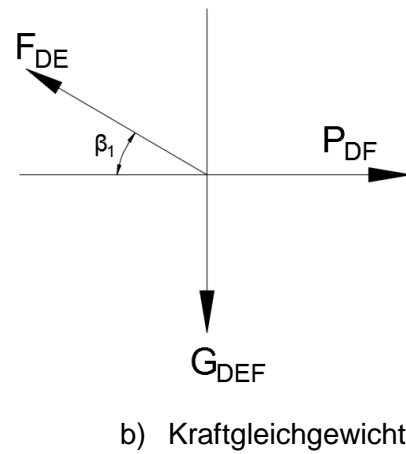
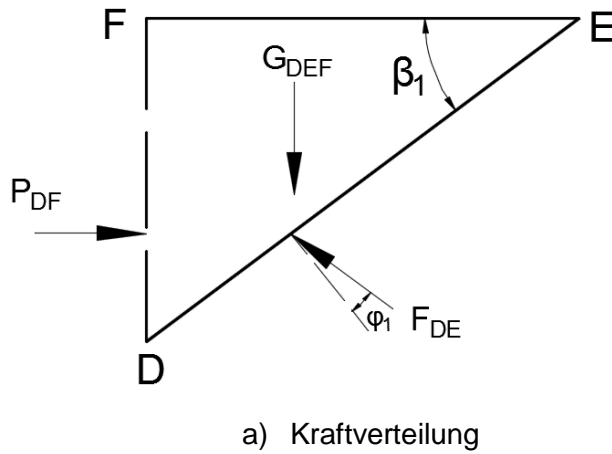


Abbildung 5.16: Passive Zone infolge des Eigengewichts nach GP-I

In der passiven Zone ergeben sich drei Kräfte. Die fiktive Kraft P_{DF} und die reibungsresultierende Kraft F_{DE} wirken jeweils zu $1/3$ auf die geometrische Kante – der Schwerpunkt der passiven Zone liegt dabei auf dem geometrischen Mittelpunkt. Folgende Gleichungen werden nach Abbildung 5.16 definiert:

$$G_{DEF} = \gamma_1 \cdot A_{DEF} \quad (5.58)$$

$$A_{DEF} = \frac{1}{2} DF \cdot EF \quad (5.59)$$

$$F_{DE} \sin \beta_1 = G_{DEF} \quad (5.60)$$

$$P_{DF} = F_{DE} \cos \beta_1 \quad (5.61)$$

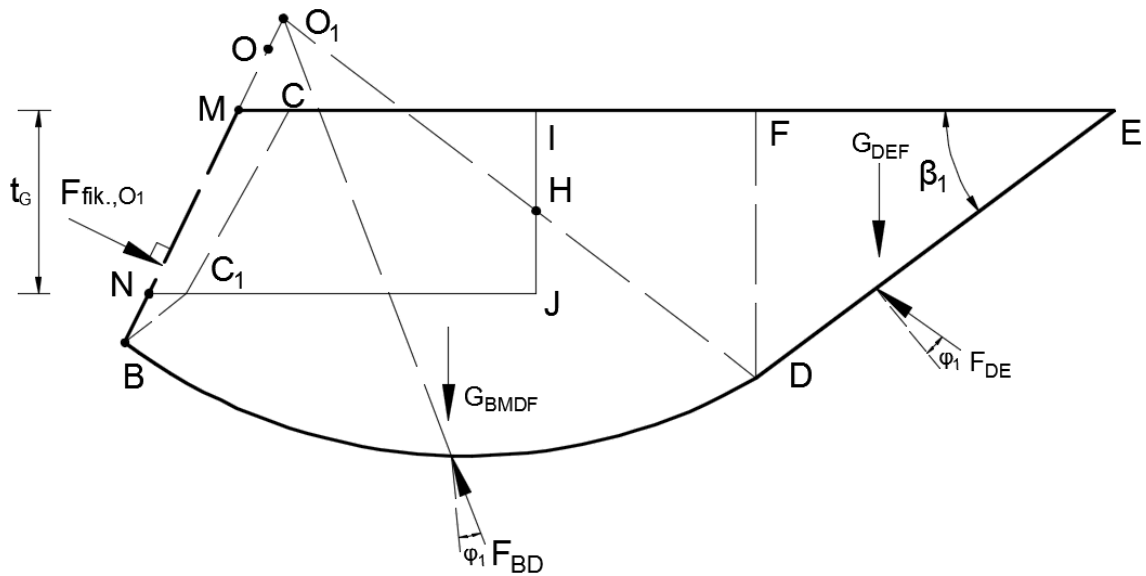


Abbildung 5.17: Teilkörper $BMDE$ des Bruchmechanismus $GP-I$ infolge des Eigengewichts

Die Darstellung des Teilkörpers $BMDE$ mit der fiktiven Achse O_1OB ist in Abbildung 5.17 dargestellt. Das Momentengleichgewicht auf dem Punkt O_1 kann als Gleichung (5.62) geschrieben werden:

$$M_{O_1,b} = 0: F_{fik.,O_1} l_{fik.,O_1} - M_{G_{BMDF}} - G_{DEF} l_{G_{DEF}} + F_{DE} l_{F_{DE}} = 0 \quad (5.62)$$

mit

$$l_{G_{DEF}} = O_1D \cos \beta_1 + \frac{EF}{3} \quad (5.63)$$

$$l_{F_{DE}} = \frac{1}{3} DE \cos \varphi_1 \quad (5.64)$$

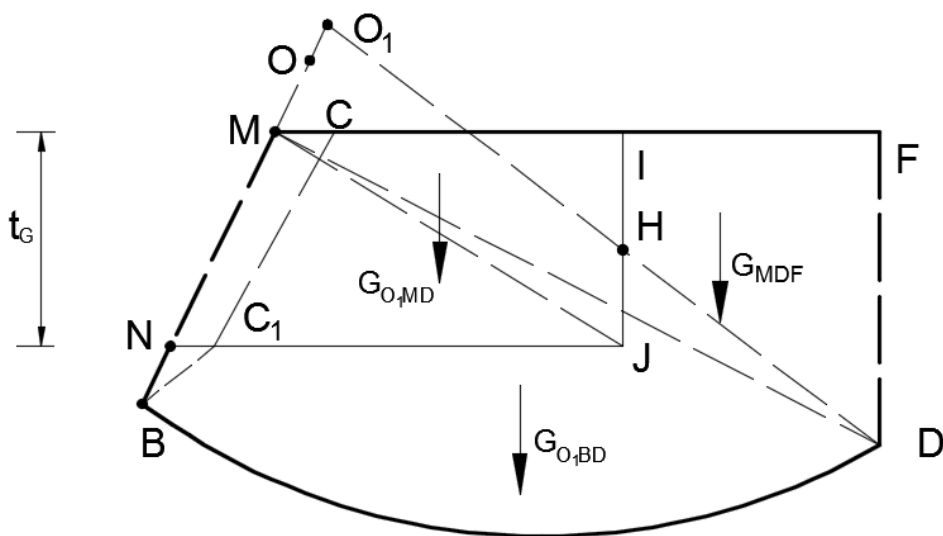


Abbildung 5.18: Teilfläche $BMDF$ zur Berechnung des Moments $M_{G_{BMDF}}$

Um den Einfluss der Gewichtskraft der Teilfläche *BMDF* zu analysieren, wird diese mit der in der Abbildung 5.18 dargestellten Teilflächenverteilung betrachtet. Der Teilkörper *BMDF* enthält einen Teil des Gründungspolsters *MNIJ*. Der Unterschied zwischen den Wichten des Gründungspolsters und des Untergrunds muss bei der Berechnung berücksichtigt werden. Folgende Gleichung wird zur Berechnung des Moments der Teilfläche *BMDF* auf Punkt O_1 gegeben,

$$M_{G_{BMDF}} = G_{O_1BD} l_{G_{O_1BD}} + G_{DMF} l_{G_{DMF}} \pm G_{O_1MD} l_{G_{O_1MD}} + (A_{MIJ} \cdot l_{A_{MIJ}} + A_{MNJ} \cdot l_{A_{MNJ}}) \cdot (\gamma_2 - \gamma_1) \quad (5.65)$$

mit

$$G_{O_1BD} = \gamma_1 A_{O_1BD} = \gamma_1 \cdot \frac{1}{4 \tan \varphi_1} (O_1 D^2 - O_1 B^2) \quad (5.66)$$

$$G_{DMF} = \gamma_1 A_{DMF} = \gamma_1 \cdot \frac{1}{2} MF \cdot DF \quad (5.67)$$

$$G_{O_1MD} = \gamma_1 A_{O_1MD} = \gamma_1 \frac{1}{2} |O_1 M| \cdot O_1 D \sin(\alpha_1 + \beta_1) \quad (5.68)$$

$$A_{MIJ} = \frac{1}{2} MI \cdot IJ = \frac{1}{2} MI \cdot t_G \quad (5.69)$$

$$A_{MNJ} = \frac{1}{2} NJ \cdot t_G \quad (5.70)$$

$$l_{G_{DMF}} = O_1 D \cos \beta_1 - \frac{1}{3} MF \quad (5.71)$$

$$l_{G_{O_1MD}} = \frac{1}{3} [O_1 D \cos \beta_1 - O_1 M \sin(\alpha_1 - \varphi_1)] \quad (5.72)$$

$$l_{A_{MIJ}} = \frac{OH}{\sin \theta} \sin(\beta_1 - \beta + \theta) \cos \beta_1 - \frac{1}{3} MI \quad (5.73)$$

$$l_{A_{MNJ}} = \frac{1}{3} \left[\frac{2OH}{\sin \theta} \sin(\beta_1 - \beta + \theta) \cos \beta_1 - NJ - O_1 M \sin(\alpha_1 - \varphi_1) \right] \quad (5.74)$$

Folgende geometrische Größen werden benötigt:

$$MF = CM + CF = \frac{b}{2} - BM \sin(\alpha_1 - \varphi_1) + CF \quad (5.75)$$

$$MI = \frac{b_G}{2} - BM \cdot \sin(\alpha_1 - \varphi_1) \quad (5.76)$$

$$NJ = MI + t_G \cdot \tan(\alpha_1 - \varphi_1) \quad (5.77)$$

Eine der geometrischen Größen wird mit Vorzeichen in den oberen Gleichungen betrachtet.

$$O_1 M = O_1 B - BM \quad (5.78)$$

Teilkörper AA_1BM (Abbildung 5.20) durch die Gleichung (5.84) definiert. Der Teilkörper AA_1BM ist nicht axialsymmetrisch, deswegen liegt sein Schwerpunkt nicht mehr auf der Mittelachse der aktiven Zone. Der Hebelarm bzw. Moment des Teilkörpers AA_1BM muss gesondert berechnet werden.

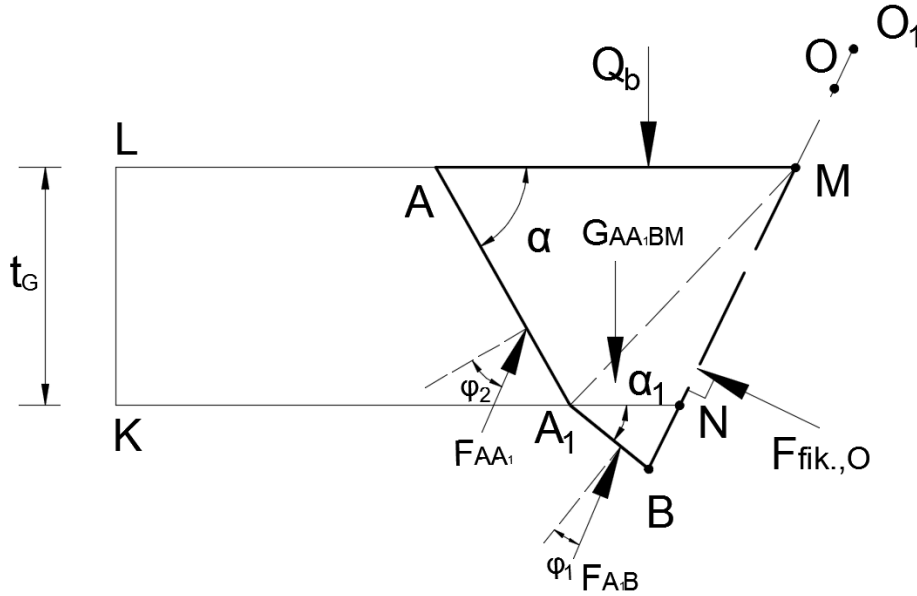


Abbildung 5.20: Teilkörper AA_1BM des Bruchmechanismus $GP-I$ infolge des Eigengewichts

$$M_{O,b} = 0: Q_b l_{Q_b} + M_{G_{AA_1BM}} - F_{fik.,O} l_{fik.,O} - F_{AA_1} l_{F_{AA_1}} - F_{A_1B} l_{F_{A_1B}} = 0 \quad (5.84)$$

mit

$$F_{fik.,O} = F_{fik.,O_1} \quad (5.85)$$

$$l_{Q_b} = OB \cdot \sin(\alpha - \varphi_2) \quad (5.86)$$

$$M_{G_{AA_1BM}} = G_{AA_1M} l_{G_{AA_1M}} + G_{A_1MN} l_{G_{A_1MN}} + G_{A_1BN} l_{G_{A_1BN}} \quad (5.87)$$

$$G_{AA_1M} = \gamma_2 A_{AA_1M} = \gamma_2 \frac{1}{2} AM \cdot AA_1 \sin \alpha = \gamma_2 \frac{AA_1 \sin \alpha}{2} \cdot \left[\frac{b}{2} + BM \sin(\alpha_1 - \varphi_1) \right] \quad (5.88)$$

$$G_{A_1MN} = \gamma_2 A_{A_1MN} = \gamma_2 \frac{1}{2} A_1N \cdot AA_1 \sin \alpha = \gamma_2 \frac{\cos \varphi_1 \sin \alpha}{2 \cos(\alpha_1 - \varphi_1)} A_1B \cdot AA_1 \quad (5.89)$$

$$G_{A_1BN} = \gamma_1 A_{A_1BN} = \gamma_1 \frac{1}{2} A_1N \cdot A_1B \sin \alpha_1 = \gamma_1 \frac{1}{2} A_1B^2 \frac{\cos \varphi_1 \sin \alpha_1}{\cos(\alpha_1 - \varphi_1)} \quad (5.90)$$

$$l_{G_{AA_1M}} = OM \sin(\alpha_1 - \varphi_1) + [b + 2BM \sin(\alpha_1 - \varphi_1) - AA_1 \cos \alpha] / 3 \quad (5.91)$$

$$l_{G_{A_1MN}} = l_{G_{AA_1M}} - [AA_1 \cos \alpha + A_1B \cos \varphi_1 / \cos(\alpha_1 - \varphi_1)] / 3 \quad (5.92)$$

$$l_{G_{A_1BN}} = l_{G_{A_1MN}} + [OB \cdot \sin(\alpha - \varphi_2) - OM \sin(\alpha_1 - \varphi_1)] / 3 \quad (5.93)$$

OM mit Vorzeichen wird wie folgt bestimmt:

$$OM = OB - BM \quad (5.94)$$

Analog zu Abbildung 5.19 ergeben sich zwei mögliche Spannungsverteilungen auf der rechten Seite der fiktiven Achse infolge des Eigengewichts. Die daraus resultierende fiktive Kraft $F_{fik.,O}$ ist der Abbildung 5.21 zu entnehmen. Der Hebelarm von $F_{fik.,O}$ kann mit den Gleichungen (5.95) und (5.96) berechnet werden:

$$\text{Wenn } OB \geq BM, l_{F_{fik.,O}} = OB - \frac{BM}{3} \quad (5.95)$$

$$\text{Wenn } OB < BM, l_{F_{fik.,O}} = \frac{2}{3} OB \quad (5.96)$$

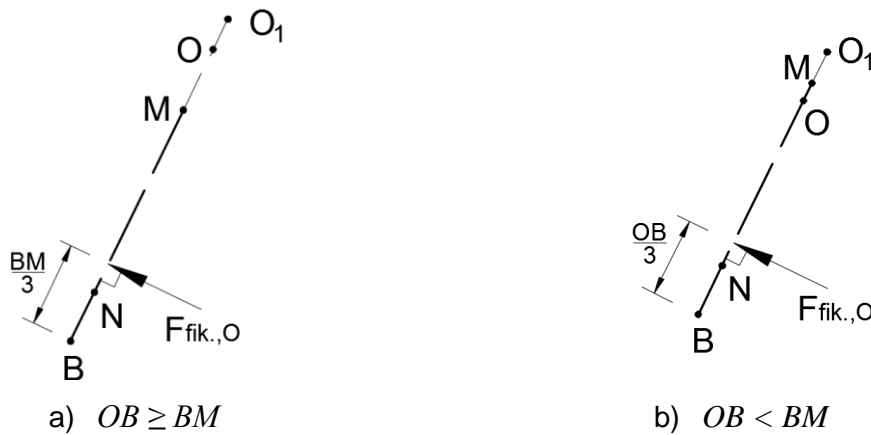


Abbildung 5.21: Rechte Seite der fiktiven Achse O_1OB infolge des Eigengewichts

Die Spannungsverteilung auf den aktiven Kanten AA_1 und A_1B infolge des Eigengewichts ist nicht einheitlich, wie in Abbildung 5.22 a) dargestellt. Die Spannungen f_{AA_1} und f_{A_1B} sind parallel zur fiktiven Achse O_1OB und können auf die Linie AR projiziert werden, die senkrecht zu O_1OB steht. Damit ergibt sich eine neue Spannungsverteilung f_{AA_1B} auf der Linie AR , woraus die folgenden Gleichungen nach Abbildung 5.22 abgeleitet werden:

$$F_{AA_1} + F_{A_1B} = F_{AA_1B} \quad (5.97)$$

$$F_{AA_1} l_{F_{AA_1}} + F_{A_1B} l_{F_{A_1B}} = F_{AA_1B} l_{F_{AA_1B}} \quad (5.98)$$

$$l_{F_{AA_1B}} = \frac{1}{3} (AA_1 \cos \varphi_2 + A_1B \cos \varphi_1) \quad (5.99)$$

Aus der Gleichung (5.54) ergibt sich die Beziehung:

$$F_{AA_1} l_{F_{AA_1}} + F_{A_1B} l_{F_{A_1B}} = (Q_b + G_{AA_1BC_1C}) \cdot \frac{A_1B \cdot \cos \varphi_1 + AA_1 \cdot \cos \varphi_2}{6 \cos(\alpha - \varphi_2)} \quad (5.100)$$

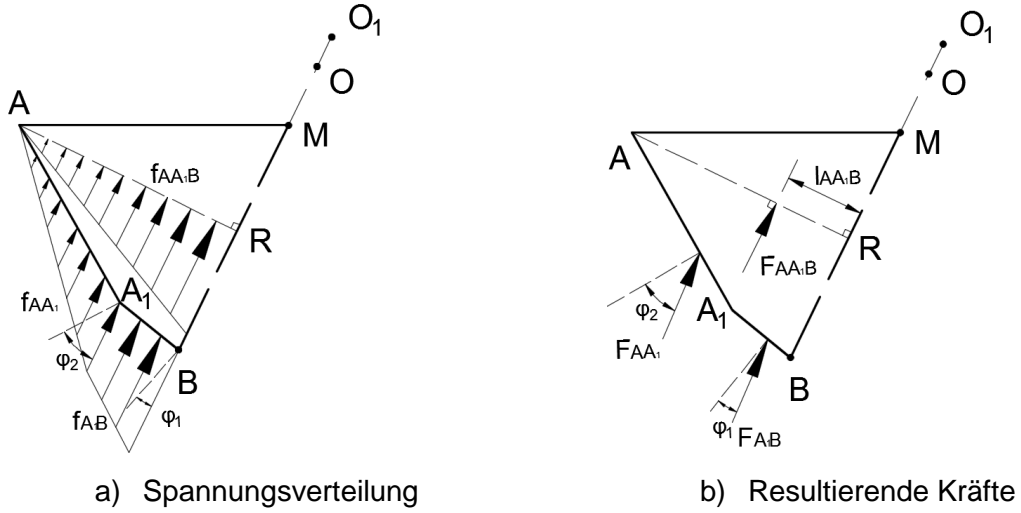
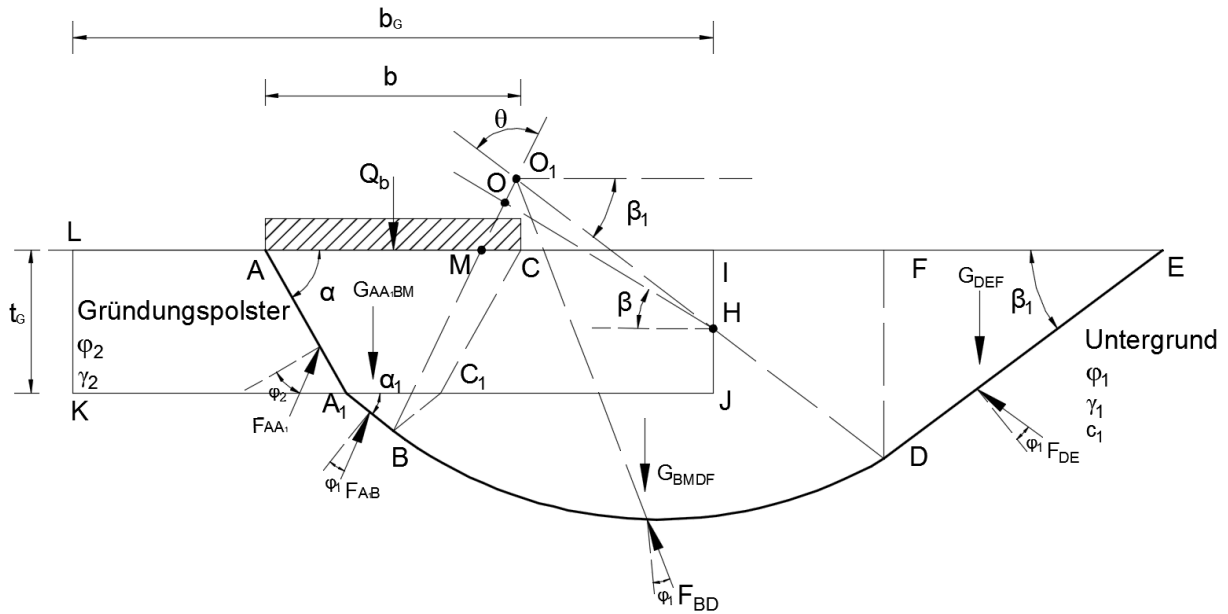


Abbildung 5.22: Spannungsverteilung und resultierende Kräfte auf der aktiven Kante

Abbildung 5.23: Gesamter Bruchmechanismus *GP-I* infolge des Eigengewichts

Der Grundbruchwiderstand infolge des Eigengewichts des Bruchmechanismus *GP-I* (Abbildung 5.23) wird mit der Gleichung (5.101) definiert:

$$Q_{b,GP-I} = \frac{\left[\frac{l_{fik..O}}{l_{fik..O_1}} \cdot \left[M_{G_{BDMF}} + \frac{1}{2} \gamma_1 DF \cdot EF \left(O_1 D \cos \beta_1 + \frac{EF}{3} - \frac{DE \cos \varphi_1}{3 \sin \beta_1} \right) \right] + G_{AA_1BC_1C} \cdot \frac{A_1 B \cdot \cos \varphi_1 + AA_1 \cdot \cos \varphi_2}{6 \cos(\alpha - \varphi_2)} - M_{G_{AA_1BM}} \right]}{OB \cdot \sin(\alpha - \varphi_2) - \frac{A_1 B \cdot \cos \varphi_1 + AA_1 \cdot \cos \varphi_2}{6 \cos(\alpha - \varphi_2)}} \quad (5.101)$$

5.1.2 Bruchmechanismus *GP-II*

Neben dem Bruchmechanismus *GP-I* ergibt sich der in Abbildung 5.24 dargestellte Bruchmechanismus *GP-II* für unbewehrte Gründungspolster. *GP-II* besteht ebenfalls aus drei Teilen: der aktiven Zone *ABC*, der radialen Übergangszone *BCFDN* und der passiven Zone *DEF*. Der erhebliche Unterschied zwischen *GP-I* und *GP-II* liegt darin, dass die symmetrische aktive Zone *ABC* des *GP-II* liegt immer vollständig im Gründungspolster. Dagegen befindet sich die aktive Zone des *GP-I* nur bei dem Fall mit $\tan \alpha = 2t_G/b$ vollständig in dem Gründungspolster. Der variierende aktive Winkel α des *GP-II* wird mit $\tan \alpha \leq 2t_G/b$ angegeben.

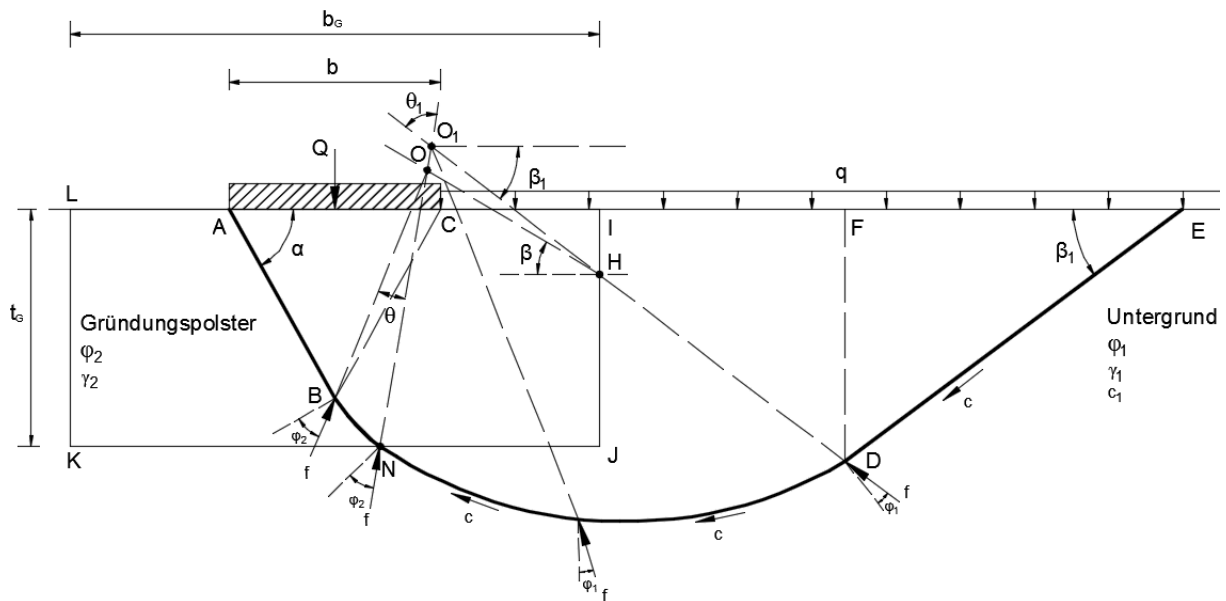


Abbildung 5.24: Bruchmechanismus des Gründungspolsters *GP-II*

Die Übergangszone *BCFDN* besteht aus den aktiven Kanten *BC*, zwei logarithmischen Spiralen *BN* und *ND*, der vertikalen Zwischenlinie *DF* (Kante der passiven Zone) und einem Teil der Geländeoberfläche *CF*. Die erste logarithmische Spirale beginnt am Spitzenpunkt des aktiven Gleitkeiles *B* und schneidet die untere Kante des Gründungspolsters am Punkt *N*. Der Mittelpunkt *O* der ersten logarithmischen Spirale *BN* liegt auf der Verlängerungslinie der Richtung der Kraft auf den Spitzenpunkt der aktiven Zone *B*, mit einer Länge $OB = r$. *OB* gilt als zweite Variable im *GP-II*. Der Drehwinkel θ der ersten logarithmischen Spirale *BN* kann durch die folgende Gleichung berechnet werden:

$$e^{\theta \tan \varphi_2} \cos(\alpha - \varphi_2 - \theta) = \frac{t_G - \frac{b}{2} \tan \alpha + r \cos(\alpha - \varphi_2)}{r} \quad (5.102)$$

Die Länge der Linie *ON* wird durch Gleichung (5.103) definiert:

$$ON = OB \cdot e^{\theta \tan \varphi_2} = r \cdot e^{\theta \tan \varphi_2} \quad (5.103)$$

Der hintere Teil des Bruchmechanismus *GP-II* wird mittels der gleichen Vorgehensweise wie in Kapitel 5.1.1 für den *GP-I* bestimmt. Die Komponenten β und β_1 in Abbildung 5.24 werden wie folgt ermittelt:

$$\beta = 45^\circ - \frac{\varphi_2}{2} \quad (5.104)$$

$$\beta_1 = 45^\circ - \frac{\varphi_1}{2} \quad (5.105)$$

Der Ursprung der zweiten logarithmischen Spirale $O_1N = r_0$ ist aus Gleichung (5.106) zu erhalten:

$$O_1N = r_0 = ON + OO_1 = ON + \frac{OH}{\sin \theta_1} \sin(\beta_1 - \beta) \quad (5.106)$$

$$OH = \begin{cases} \frac{b_G / 2 - OB \sin(\alpha - \varphi_2)}{\cos \beta} & \text{für } b_G / 2 - OB \sin(\alpha - \varphi_2) \leq \frac{t_G}{\tan \beta} \\ \frac{t_G}{\sin \beta} & \text{für } b_G / 2 - OB \sin(\alpha - \varphi_2) > \frac{t_G}{\tan \beta} \end{cases} \quad (5.107)$$

Der Endpunkt der logarithmischen Spirale *D* wird mit dem Drehwinkel θ_1 bestimmt:

$$O_1D = O_1N \cdot e^{\theta_1 \tan \varphi_1} \quad (5.108)$$

Der Drehwinkel der zweiten logarithmischen Spirale θ_1 ergibt sich aus der Gleichung (5.109):

$$\theta_1 = \alpha - \varphi_2 + 45^\circ + \frac{\varphi_1}{2} - \theta \quad (5.109)$$

Der gesamte Bruchmechanismus *GP-II* kann durch die Variablen α und r (OB) definiert werden. Alle folgenden Längen sind für die Berechnung des Grundbruchwiderstands von *GP-II* notwendig:

$$AB = BC = \frac{b}{2 \cos \alpha} \quad (5.110)$$

$$DF = O_1D \sin \beta_1 + t_G - O_1N \sin(\theta_1 + \beta_1) \quad (5.111)$$

$$CF = O_1D \cos \beta_1 + OB \sin(\alpha - \varphi_2) + OO_1 \cos(\theta_1 + \beta_1) - b/2 \quad (5.112)$$

$$EF = DF / \tan \beta_1 \quad (5.113)$$

$$DE = DF / \sin \beta_1 \quad (5.114)$$

$$CE = CF + EF \quad (5.115)$$

5.1.2.1 Grundbruchwiderstand infolge der Einbindetiefe nach *GP-II*

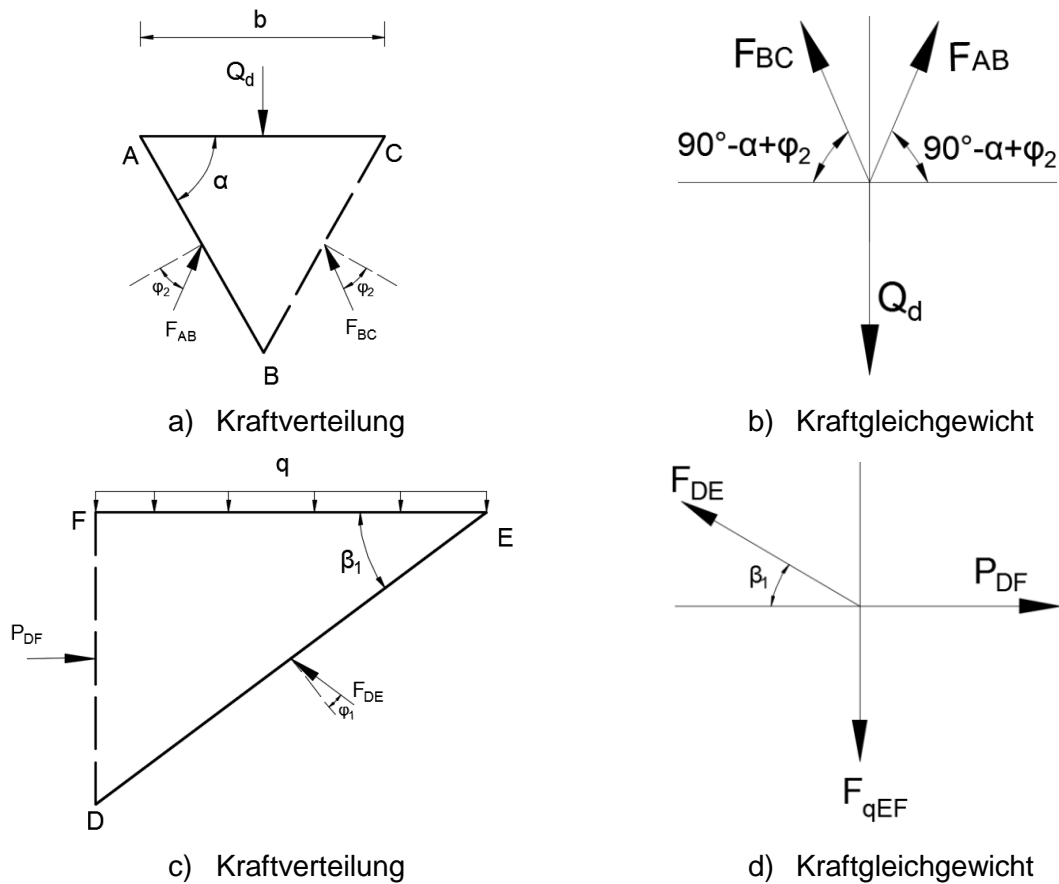


Abbildung 5.25: Aktive und passive Zone infolge der Einbindetiefe nach *GP-II*

Die Kraftverteilungen auf der aktiven bzw. passiven Zone des *GP-II* infolge der Einbindetiefe sind identisch wie im homogenen Fall. Die Darstellung der Kraftverteilung und das Kraftgleichgewicht der aktiven und passiven Zone sind der Abbildung 5.25 zu entnehmen, woraus folgende Gleichungen abgeleitet werden können:

$$F_{AB} = \frac{Q_d}{2 \cos(\alpha - \varphi_2)} \quad (5.116)$$

$$F_{qEF} = q \cdot EF \quad (5.117)$$

$$F_{DE} \sin \beta_1 = F_{qEF} \quad (5.118)$$

$$P_{DF} = F_{DE} \cos \beta_1 \quad (5.119)$$

Der Teilkörper *MNDE* des *GP-II* infolge der Einbindetiefe wird in Abbildung 5.26 dargestellt. Das Momentengleichgewicht auf dem Punkt O_I wird weiterhin mit der fiktiven Kraft $F_{fik.,O_I}$ auf der fiktiven Achse $O_I ON$ betrachtet. Das Momentengleichgewicht auf dem Punkt O_I wird folgendermaßen definiert:

$$M_{O_1,d} = 0: F_{fik.,O_1} l_{fik.,O_1} - M_{q,O_1} + F_{DE} l_{F_{DE}} = 0 \quad (5.120)$$

mit

$$l_{F_{DE}} = \frac{1}{2} DE \cos \varphi_1 \quad (5.121)$$

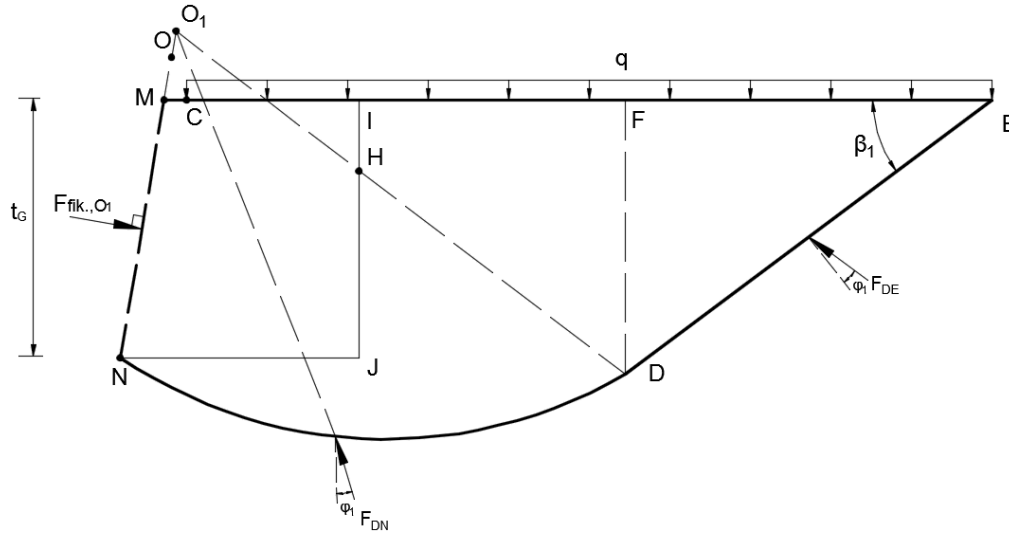


Abbildung 5.26: Teilkörper *MNDE* des Bruchmechanismus *GP-II* infolge der Einbindetiefe

Die fiktive Kraft $F_{fik.,O_1}$ ist die resultierende Kraft aus der einheitlichen Spannungsverteilung auf der fiktiven Achse O_1ON . Die Berechnung von $F_{fik.,O_1}$ erfolgt nach Kapitel 5.1.1.1. Die Gleichungen (5.23) und (5.24) werden wie folgt umgeschrieben:

$$\text{Wenn } O_1N \geq MN, \quad l_{F_{fik.,O_1}} = O_1N - \frac{MN}{2} \quad (5.122)$$

$$\text{Wenn } O_1N < MN, \quad l_{F_{fik.,O_1}} = \frac{O_1N}{2} \quad (5.123)$$

Die Länge der Hilfslinie *MN* kann durch die Gleichung (5.124) bestimmt werden:

$$MN = \frac{t_G}{\cos(\alpha - \varphi_2 - \theta)} \quad (5.124)$$

M_{q,O_1} ist das Moment infolge der seitlichen Auflast q auf dem Punkt O_1 . Es ist abhängig von der Position des Punktes M . Wenn dieser unterhalb des Fundamentes liegt, wird die gesamte seitliche Auflast q auf der Linie CE für das Momentengleichgewicht auf O_1 betrachtet. Wenn Punkt M außerhalb des Fundamentes liegt, wird nur die Auflast auf der Linie EM berücksichtigt.

$$EM = 2O_1D \cdot \cos \beta_1 + O_1M \cos(\theta_1 + \beta_1) \quad (5.125)$$

$$O_1M = O_1N - MN \quad (5.126)$$

M_{q,O_1} wird nach den folgenden Bedingungen berechnet:

$$\text{Wenn } EM \geq CE, M_{q,O_1} = F_{qCE} \cdot l_{F_{qCE}} \quad (5.127)$$

mit

$$F_{qCE} = q \cdot CE \quad (5.128)$$

$$l_{F_{qCE}} = \frac{1}{2} CE + \frac{b}{2} - OB \sin(\alpha - \varphi_2) - OO_1 \cos(\theta_1 + \beta_1) \quad (5.129)$$

und

$$\text{Wenn } EM < CE, M_{q,O_1} = F_{qEM} \cdot l_{F_{qEM}} \quad (5.130)$$

mit

$$F_{qEM} = q \cdot EM \quad (5.131)$$

$$l_{F_{qEM}} = \frac{1}{2} EM - O_1 M \cos(\theta_1 + \beta_1) \quad (5.132)$$

Der Teilkörper $ABNM$ wird zur Berechnung des Momentengleichgewichts auf dem Punkt O herangezogen, wie in Abbildung 5.27 dargestellt.

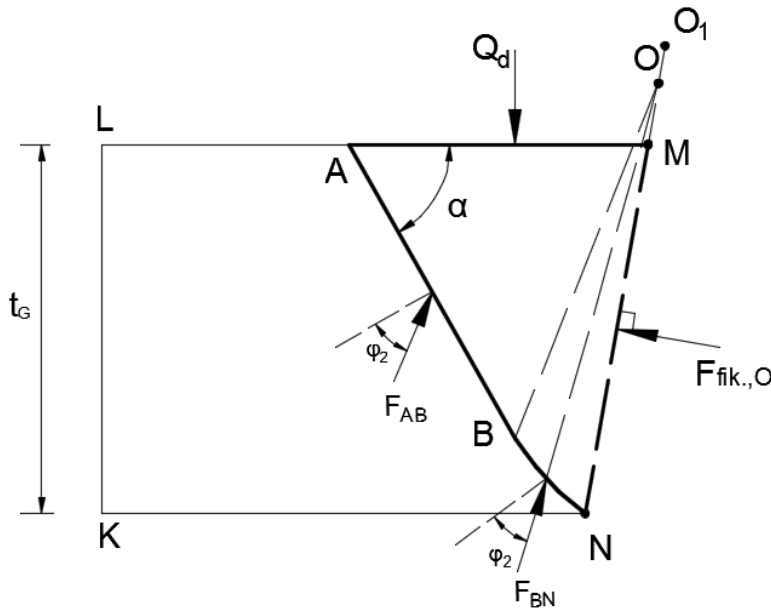


Abbildung 5.27: Teilkörper $ABNM$ des Bruchmechanismus $GP-II$ infolge der Einbindetiefe

Die reibungsresultierende Kraft F_{BN} auf der ersten logarithmischen Spirale hat kein Moment auf dem Punkt O . Das Momentengleichgewicht kann mit folgender Gleichung definiert werden:

$$M_{O,d} = 0: Q_d l_{Q_d} - F_{fik.,O} l_{fik.,O} - F_{AB} l_{F_{AB}} + M_{q,O} = 0 \quad (5.133)$$

mit

$$l_{Q_d} = OB \cdot \sin(\alpha - \varphi_2) \quad (5.134)$$

$$F_{fik.,O} = F_{fik.,O_1} \quad (5.135)$$

$$\text{Wenn } ON \geq MN, l_{F_{fik.,O}} = ON - \frac{MN}{2} \quad (5.136)$$

$$\text{Wenn } ON < MN, l_{F_{fik.,O}} = \frac{ON}{2} \quad (5.137)$$

$$l_{F_{AB}} = \frac{1}{2} AB \cos \varphi_2 \quad (5.138)$$

$M_{q,O}$ ist das Moment infolge der seitlichen Auflast auf dem Punkt O , welches abhängig ist von der Position des Punkts M . Nachstehende Gleichungen bzw. Bedingungen sind zur Berechnung von $M_{q,O}$ angegeben:

$$\text{Wenn } EM \geq CE, M_{q,O} = 0 \quad (5.139)$$

und

$$\text{Wenn } EM < CE, M_{q,O} = F_{qCM} \cdot l_{F_{qCM}} \quad (5.140)$$

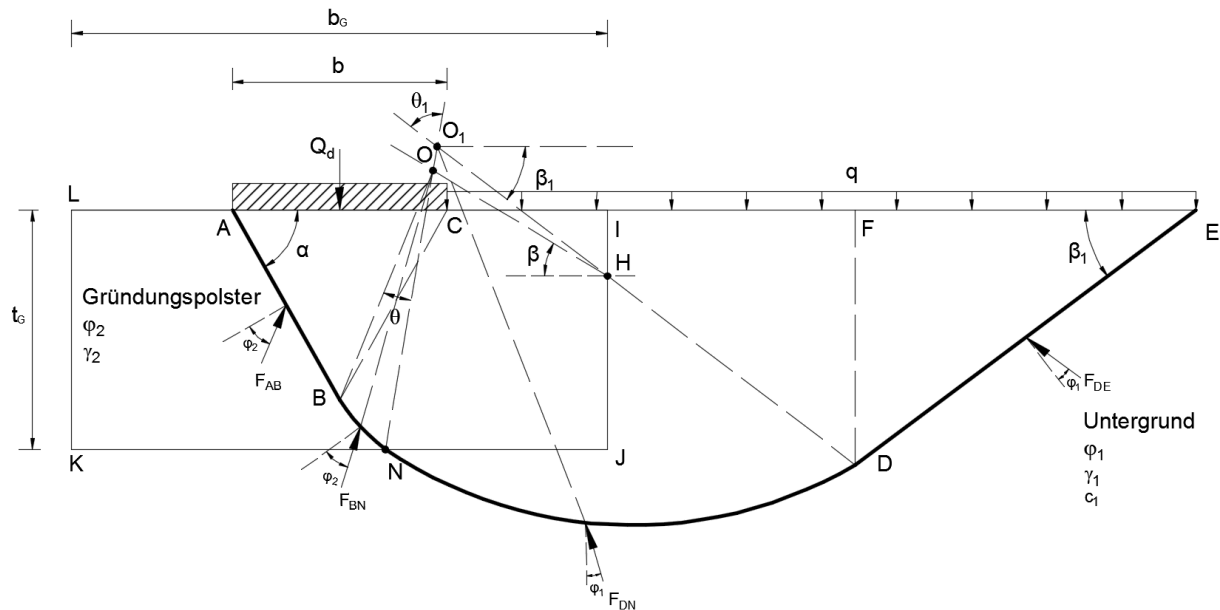
mit

$$F_{qCM} = q \cdot CM = q \cdot (CE - EM) \quad (5.141)$$

$$l_{F_{qCM}} = \frac{1}{2} CM + O_1 M \cos(\theta_1 + \beta_1) \quad (5.142)$$

Der Grundbruchwiderstand des Bruchmechanismus $GP-II$ infolge der Einbindetiefe (Abbildung 5.28) wird mit der Gleichung (5.143) ermittelt:

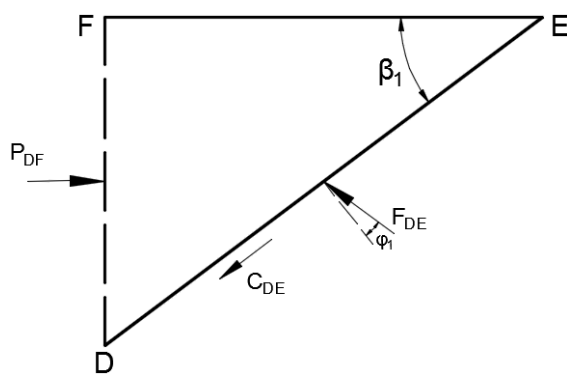
$$Q_{d,GP-II} = \frac{\frac{l_{fik.,O}}{l_{fik.,O_1}} \left(M_{q,O_1} - \frac{q \cdot EF \cdot DE \cos \varphi_1}{2 \sin \beta_1} \right) - M_{q,O}}{OB \cdot \sin(\alpha - \varphi_2) - \frac{AB \cdot \cos \varphi_2}{4 \cos(\alpha - \varphi_2)}} \quad (5.143)$$

Abbildung 5.28: Gesamter Bruchmechanismus *GP-II* infolge der Einbindetiefe

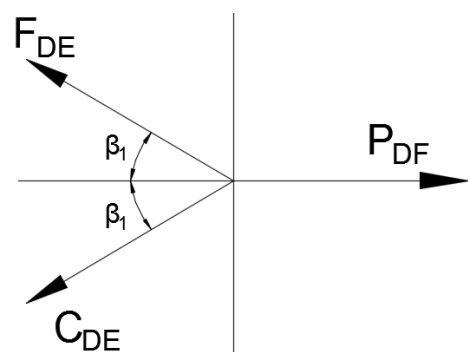
5.1.2.2 Grundbruchwiderstand infolge der Kohäsion nach *GP-II*

Weil das Gründungspolster normalerweise mit steifem Material wie Sand oder Kies hergestellt wird, hat er normalerweise keine Kohäsion. Die Kraftverteilung bzw. das Kraftgleichgewicht der aktiven Zone des *GP-II* infolge der Kohäsion sind identisch wie in Abbildung 5.25 a) und b), woraus die Gleichung (5.144) abgeleitet werden kann:

$$F_{AB} = \frac{Q_c}{2 \cos(\alpha - \varphi_2)} \quad (5.144)$$



a) Kraftverteilung



b) Kraftgleichgewicht

Abbildung 5.29: Passive Zone infolge der Kohäsion nach *GP-II*

Die Darstellung der passiven Zone des *GP-II* infolge der Kohäsion ist der Abbildung 5.29 zu entnehmen. Die Kräfte werden mit folgenden Gleichungen berechnet:

$$l_{G_{DEF}} = O_1 D \cos \beta_1 + \frac{EF}{3} \quad (5.167)$$

$$l_{F_{DE}} = \frac{1}{3} DE \cos \varphi_1 \quad (5.168)$$

$$\text{Wenn } O_1 N \geq MN, l_{F_{fik}, O_1} = O_1 N - \frac{MN}{3} \quad (5.169)$$

$$\text{Wenn } O_1 N < MN, \quad l_{F_{fk}..O_1} = \frac{2}{3} O_1 N \quad (5.170)$$

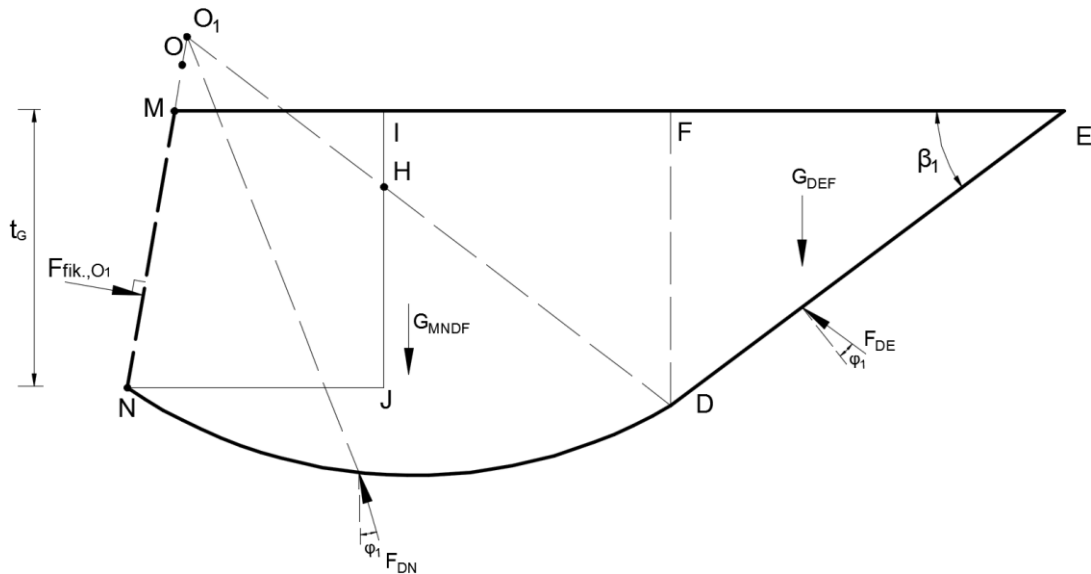


Abbildung 5.33: Teilkörper $MNDE$ des Bruchmechanismus $GP-II$ infolge des Eigengewichts

Das Moment der Teilfläche $MNDF$ (Abbildung 5.34) auf dem Punkt OI (M_{GMNDF}) wird mit der gleichen Vorgehensweise wie in Kapitel 4.2.3 (Gleichungen (5.65) - (5.83)) ermittelt:

$$M_{G_{MNDF}} = G_{O_1ND} l_{G_{O_1ND}} + G_{DMF} l_{G_{DMF}} \pm G_{O_1MD} l_{G_{O_1MD}} + (A_{MIJ} \cdot l_{A_{MIJ}} + A_{MNJ} \cdot l_{A_{MNJ}}) \cdot (\gamma_2 - \gamma_1) \quad (5.171)$$

mit

$$G_{O_1ND} = \gamma_1 A_{O_1ND} = \gamma_1 \cdot \frac{1}{4 \tan \varphi_1} (O_1 D^2 - O_1 N^2) \quad (5.172)$$

$$G_{DMF} = \gamma_1 A_{DMF} = \gamma_1 \cdot \frac{1}{2} MF \cdot DF \quad (5.173)$$

$$G_{O_1MD} = \gamma_1 A_{O_1MD} = \gamma_1 \frac{1}{2} |O_1 M| \cdot O_1 D \sin \theta_1 \quad (5.174)$$

$$A_{MIJ} = \frac{1}{2} MI \cdot IJ = \frac{1}{2} MI \cdot t_G \quad (5.175)$$

$$A_{MNJ} = \frac{1}{2} NJ \cdot t_G \quad (5.176)$$

$$x_l = \frac{O_1 N^3}{3 \cdot A_{O_1 ND}} \cdot \frac{3 \tan \varphi_1 e^{3 \cdot \theta_1 \cdot \tan \varphi_1} \cdot \cos \theta_1 + e^{3 \cdot \theta_1 \cdot \tan \varphi_1} \cdot \sin \theta_1 - 3 \tan \varphi_1}{9 \tan^2 \varphi_1 + 1} \quad (5.186)$$

$$y_l = \frac{O_1 N^3}{3 \cdot A_{O_1 ND}} \cdot \frac{3 \tan \varphi_1 \cdot e^{3 \cdot \theta_1 \cdot \tan \varphi_1} \cdot \sin \theta_1 - e^{3 \cdot \theta_1 \cdot \tan \varphi_1} \cdot \cos \theta_1 + 1}{9 \tan^2 \varphi_1 + 1} \quad (5.187)$$

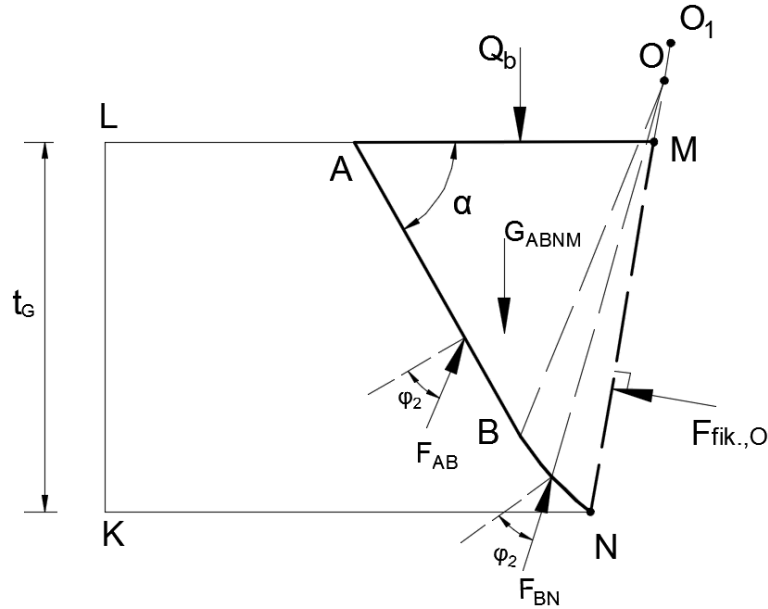


Abbildung 5.35: Teilkörper $ABNM$ des Bruchmechanismus $GP-II$ infolge des Eigengewichts

Das Momentengleichgewicht des Teilkörpers $ABNM$ (vgl. Abbildung 5.35) wird in der Gleichung (5.188) beschrieben:

$$M_{O,b} = 0: Q_b l_{Q_b} + M_{G_{ABNM}} - F_{fik.,O} l_{fik.,O} - F_{AB} l_{F_{AB}} = 0 \quad (5.188)$$

mit

$$F_{fik.,O} = F_{fik.,O_1} \quad (5.189)$$

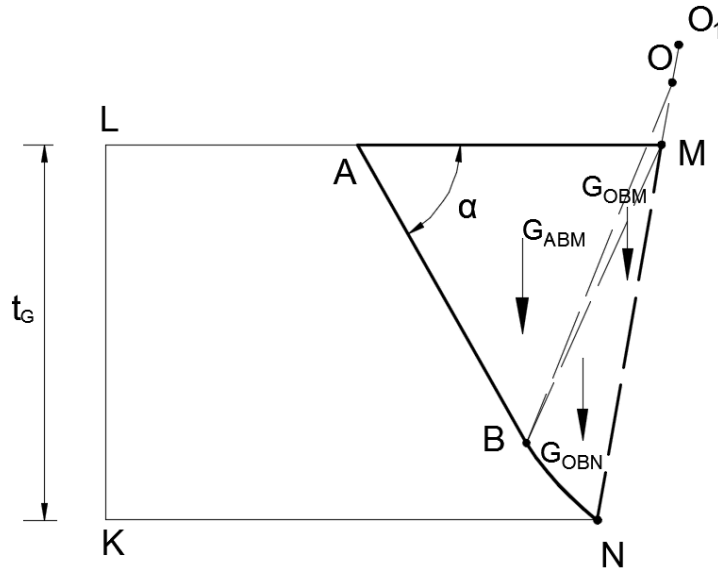
$$l_{Q_b} = OB \cdot \sin(\alpha - \varphi_2) \quad (5.190)$$

$$l_{F_{AB}} = \frac{1}{3} AB \cos \varphi_2 \quad (5.191)$$

$$\text{Wenn } ON \geq MN, l_{F_{fik.,O}} = ON - \frac{MN}{3} \quad (5.192)$$

$$\text{Wenn } ON < MN, l_{F_{fik.,O}} = \frac{2}{3} ON \quad (5.193)$$

Das Moment der Gewichtskraft des Körpers $ABNM$ auf dem Punkt O wird mit dem gesamten Moment der drei Teilkörper ABM , OBM und OBN (vgl. Abbildung 5.36) nach der Gleichung (5.194) errechnet.

Abbildung 5.36: Gewichtskraft des Teilkörpers $ABNM$ des Bruchmechanismus $GP-II$

$$M_{G_{MNDF}} = G_{ABM} l_{G_{ABM}} \pm G_{OBM} l_{G_{OBM}} + G_{OBN} l_{G_{OBN}} \quad (5.194)$$

mit

$$\begin{aligned} G_{ABM} &= \gamma_2 A_{ABM} = \gamma_2 \frac{1}{2} AM \cdot AB \sin \alpha \\ &= \gamma_2 \frac{AB \sin \alpha}{2} \cdot \left[\frac{b}{2} + OB \sin(\alpha - \varphi_2) - OM \sin(\alpha - \varphi_2 - \theta) \right] \end{aligned} \quad (5.195)$$

$$G_{OBM} = \gamma_2 A_{OBM} = \gamma_2 \frac{1}{2} |OM| \cdot OB \sin \theta \quad (5.196)$$

$$G_{OBN} = \gamma_2 A_{OBN} = \gamma_2 \cdot \frac{1}{4 \tan \varphi_2} (ON^2 - OB^2) \quad (5.197)$$

$$l_{G_{ABM}} = \frac{b + 4OB \sin(\alpha - \varphi_2)}{6} \quad (5.198)$$

$$l_{G_{OBM}} = \frac{OM \sin(\alpha - \varphi_2 - \theta) + OB \sin(\alpha - \varphi_2)}{3} \quad (5.199)$$

Der Hebelarm des Teilkörpers OBN wird in Gleichung (5.200) definiert:

$$l_{G_{OBN}} = \sqrt{x_{l_1}^2 + y_{l_1}^2} \cdot \sin \left[\alpha - \varphi_2 - \arctan \left(\frac{y_{l_1}}{x_{l_1}} \right) \right] \quad (5.200)$$

mit

$$x_{l_1} = \frac{OB^3}{3 \cdot A_{OBN}} \cdot \frac{3 \tan \varphi_2 e^{3 \cdot \theta \cdot \tan \varphi_2} \cdot \cos \theta + e^{3 \cdot \theta \cdot \tan \varphi_2} \cdot \sin \theta - 3 \tan \varphi_2}{9 \tan^2 \varphi_2 + 1} \quad (5.201)$$

$$y_{l_1} = \frac{OB^3}{3 \cdot A_{OBN}} \cdot \frac{3 \tan \varphi_2 \cdot e^{3 \cdot \theta \cdot \tan \varphi_2} \cdot \sin \theta - e^{3 \cdot \theta \cdot \tan \varphi_2} \cdot \cos \theta + 1}{9 \tan^2 \varphi_2 + 1} \quad (5.202)$$

OM mit Vorzeichen wird nach der Gleichung (5.203) berechnet, wobei das Vorzeichen von G_{OBN} in der Gleichung (5.194) gleich dem Vorzeichen von OM ist.

$$OM = ON - MN \quad (5.203)$$

Der gesamte Bruchmechanismus $GP-II$ infolge des Eigengewichts wird in Abbildung 5.37 dargestellt. Der Grundbruchwiderstand Q_b wird nach der Gleichung (5.204) berechnet:

$$Q_{b,GP-II} = \frac{\left\{ \frac{l_{fik.,O}}{l_{fik.,O_1}} \left[M_{G_{MNDF}} + \frac{1}{2} \gamma_1 \cdot DF \cdot EF \left(O_1 D \cos \beta_1 + \frac{EF}{3} - \frac{DE \cos \varphi_1}{3 \sin \beta_1} \right) \right] \right\}}{-M_{G_{ABNM}} + \gamma_2 \cdot \frac{b^3 \tan \alpha \cos \varphi_2}{48 \cos(\alpha - \varphi_2) \cos \alpha}} \quad (5.204)$$

$$OB \cdot \sin(\alpha - \varphi_2) - \frac{AB \cos \varphi_2}{6 \cos(\alpha - \varphi_2)}$$

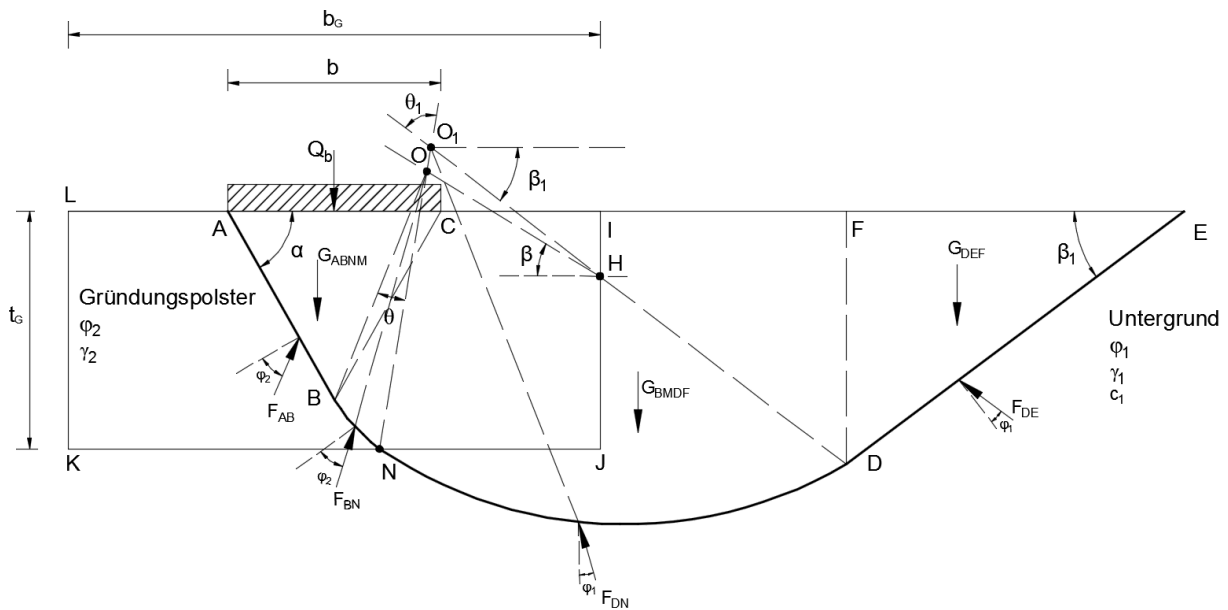


Abbildung 5.37: Gesamter Bruchmechanismus $GP-II$ infolge des Eigengewichts

5.2 Gesamter Grundbruchwiderstand des Gründungspolsters

Analog zum analytischen Verfahren für den homogenen Untergrund in Kapitel 4 wird angenommen, dass der Mittelpunkt O in den Bruchmechanismen ($GP-I$ und $GP-II$) auf der Geländeoberfläche liegt. Damit wird die Variable r (OB) mit der Gleichung (5.205) festgelegt. Für $GP-I$ und $GP-II$ ergibt sich somit nur die Variable α für die Berechnung.

$$OB = \frac{\left(t_G + \frac{b}{2} - \frac{t_G}{\tan \alpha}\right)}{\cos(\alpha - \varphi_2)} \text{ für } GP-I \text{ oder } OB = \frac{b \tan \alpha}{2 \cos(\alpha - \varphi_2)} \text{ für } GP-II \quad (5.205)$$

Der gesamte Grundbruchwiderstand nach dem Bruchmechanismus $GP-i$ (R_{GP-i}) definiert sich in Gleichung (5.206):

$$R_{GP-i} = [Q_d(\alpha) + Q_c(\alpha) + Q_b(\alpha)]_{\min} = Q_d(\alpha_{GP-i}) + Q_c(\alpha_{GP-i}) + Q_b(\alpha_{GP-i}) \quad (5.206)$$

Der maßgebende Winkel α_{GP-i} des gesamten Grundbruchwiderstands kann nach der Differentialgleichung (5.207) bestimmt werden:

$$\frac{\partial R_{GP-i}}{\partial \alpha} = \frac{\partial [Q_d(\alpha) + Q_c(\alpha) + Q_b(\alpha)]}{\partial \alpha} = 0 \Rightarrow \alpha = \alpha_{GP-i} \quad (5.207)$$

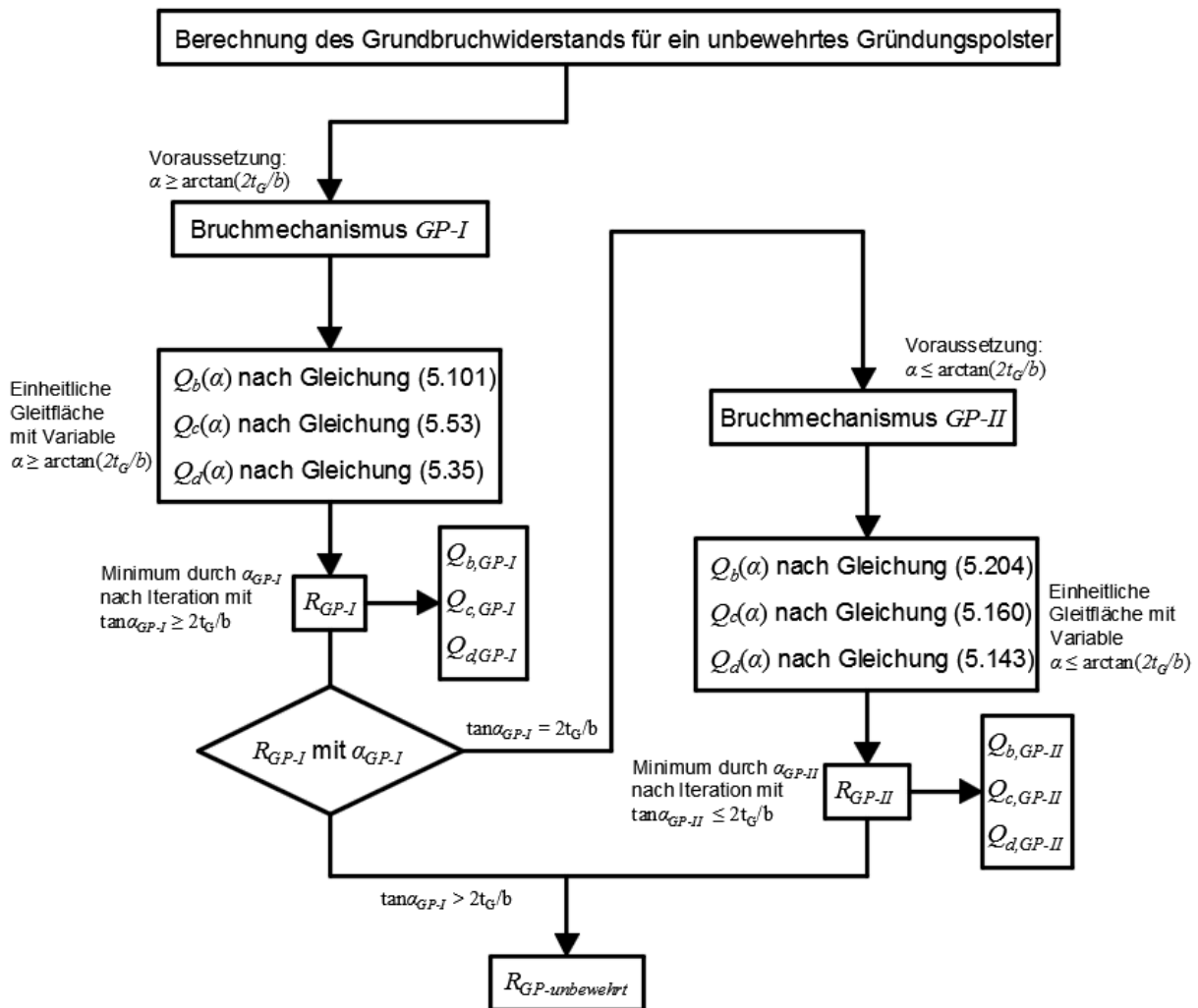


Abbildung 5.38: Berechnungsprozess des Grundbruchwiderstands für ein unbewehrtes Gründungspolster

Der Grundbruchwiderstand eines unbewehrten Gründungspolsters $R_{GP-unbewehrt}$ wird nach dem in Abbildung 5.38 dargestellten Berechnungsprozess bestimmt. Mit der angegebenen Geometrie des Gründungspolsters und der Bodenparameter wird zuerst der R_{GP-I} unter der Annahme $\tan\alpha_{GP-I} \geq 2t_G/b$ untersucht. Wenn der maßgebende α_{GP-I} die Bedingung $\tan\alpha_{GP-I} > 2t_G/b$ erfüllt, entspricht der R_{GP-I} dem endgültigen Grundbruchwiderstand $R_{GP-unbewehrt}$. Wenn $\tan\alpha_{GP-I} = 2t_G/b$ wird der $R_{GP-unbewehrt} = R_{GP-II}$ mit $\tan\alpha_{GP-II} \leq 2t_G/b$ untersucht.

5.3 Vergleich des neuen analytischen Ansatzes mit vorhandenen Verfahren

Der neue analytische Berechnungsansatz kann mit den vorhandenen Berechnungsverfahren (vgl. Kapitel 2.4) verglichen werden. Dabei muss auf die Voraussetzungen und Beschränkungen der vorhandenen Berechnungsverfahren Rücksicht genommen werden. Die Geometrie des Gründungspolsters wird mit der Grundrissabmessung in EB GEO (2009) angegeben. Die Breite des Gründungspolsters wird als $b_G = 2b = 4 \text{ m}$ festgelegt und entspricht der maximalen Breite nach EB GEO (2009). Die Grundbruchwiderstände werden nach den drei analytischen Verfahren für $t_G = 0,5b = 1 \text{ m}$ und $t_G = b = 2 \text{ m}$ berechnet. Das 5°-Kriterium des Berechnungsverfahrens nach DIN 4017 (2006) für inhomogenen Untergrund besagt hier, dass der Unterschied der Reibungswinkel zwischen Untergrund und Füllmaterial nicht größer als 10° sein darf. Um alle drei Verfahren zu vergleichen, werden die Werte für Sand und Schluff aus Tabelle 5.3 für die Berechnungen gewählt. Die Grundbruchwiderstände des Gründungspolsters werden mit verschiedenen Kombinationen von Kohäsion c und seitlicher Auflast q berechnet. Die $R_{GP-unbewehrt}$ sind der Tabelle 5.1 zu entnehmen.

Tabelle 5.1: $R_{GP-unbewehrt}$ [kN/m] für Gründungspolster mit $\varphi_2 = 35^\circ$, $\gamma_2 = 19,5 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 25^\circ$, $\gamma_1 = 18,5 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 4 \text{ m}$ und $t_G = 1 \text{ m}$

Seitliche Auflast q [kN/m ²]	Kohäsion des Untergrundes c [kN/m ²]				
	0	5	10	15	20
0	507,22	782,84	1029,69	1267,49	1500,72
5	664,76	919,04	1159,81	1394,6	1626,02
10	806,18	1051,14	1287,95	1520,53	1750,55
15	941,13	1180,62	1414,65	1645,54	1874,44
20	1072,4	1308,27	1540,24	1769,82	1997,8

Abbildung 5.39 stellt die Ergebnisse der Vergleiche zwischen den drei Verfahren dar. Sie zeigt, dass $R_{GP- unbewehrt}$ deutlich größer als $R_{GP-DIN 4017}$ sowie R_{EBGEO} ist. Je nach Kombination der Kohäsion des Untergrundes und der seitlichen Auflast schwankt die Abweichung zwischen +18 % und +30 % (Abbildung 5.39 a)). Die maximale Abweichung zwischen $R_{GP- unbewehrt}$ und R_{EBGEO} beträgt ca. +26 % und die minimale Abweichung beträgt ca. +12 % (Abbildung 5.39 b)). Die Abweichungen nehmen grundsätzlich mit der Erhöhung der Kohäsion und seitlichen Auflast ab.

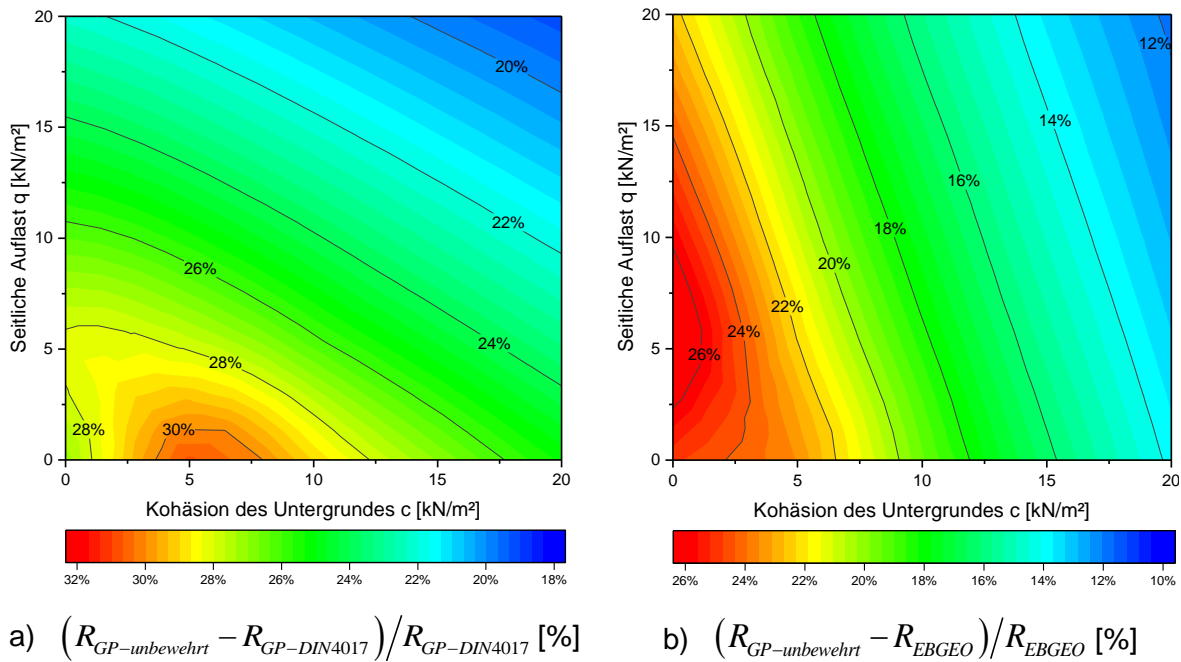
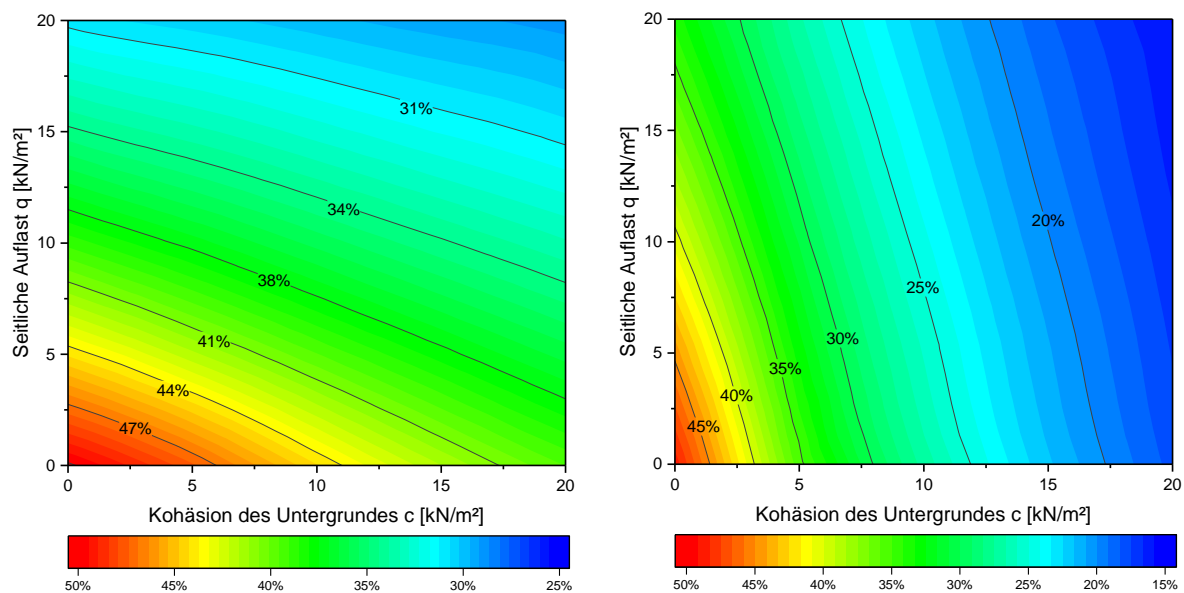


Abbildung 5.39: Vergleich zwischen $R_{GP- unbewehrt}$, $R_{GP-DIN 4017}$ und R_{EBGEO} für Gründungspolster mit $\varphi_2 = 35^\circ$, $\gamma_2 = 19,5 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 25^\circ$, $\gamma_1 = 18,5 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 2b = 4 \text{ m}$ und $t_G = 1 \text{ m}$

Die Ergebnisse des $R_{GP- unbewehrt}$ des Gründungspolsters mit $t_G = b = 2 \text{ m}$ (entspricht der zulässigen maximalen Mächtigkeit des Gründungspolsters nach EBGEO (2009), $t_{G,max.} = (b/2)\tan(45^\circ + \varphi_2/2) = 1,92 \text{ m} \approx 2 \text{ m}$) sind der Tabelle 5.2 zu entnehmen. Im Vergleich zur Tabelle 5.1 erhöht sich $R_{GP- unbewehrt}$ mit der Zunahme der Mächtigkeit des Gründungspolsters. Obwohl auch $R_{GP-DIN 4017}$ und R_{EBGEO} sich mit Zunahme der Mächtigkeit des Gründungspolsters erhöhen, nehmen die Abweichungen zwischen $R_{GP- unbewehrt}$ und $R_{GP-DIN 4017}$ sowie $R_{GP- unbewehrt}$ und R_{EBGEO} entgegen dem Fall mit kleinerer Mächtigkeit des Gründungspolsters deutlich zu. Die Abweichungen zwischen $R_{GP- unbewehrt}$ und $R_{GP-DIN 4017}$ beträgt zwischen +25 % bis +50 % (Abbildung 5.40 a)). Die maximale Abweichung zwischen $R_{GP- unbewehrt}$ und R_{EBGEO} vergrößert sich um bis zu ca. +50 % und die minimale Abweichung beträgt ca. +15 % (Abbildung 5.40 b)).

Tabelle 5.2: $R_{GP-unbewehrt}$ [kN/m] für Gründungspolster mit $\varphi_2 = 35^\circ$, $\gamma_2 = 19,5 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 25^\circ$, $\gamma_1 = 18,5 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 4 \text{ m}$ und $t_G = 2 \text{ m}$

Seitliche Auflast q [kN/m ²]	Kohäsion des Untergrundes c [kN/m ²]				
	0	5	10	15	20
0	704,32	974,05	1229,17	1477,84	1722,85
5	868,32	1125,46	1375,01	1620,46	1863,35
10	1021,48	1272,07	1518,02	1761,18	2002,48
15	1169,01	1415,53	1658,98	1900,44	2140,52
20	1312,99	1556,76	1798,39	2038,54	2277,65



a) $(R_{GP-unbewehrt} - R_{GP-DIN4017}) / R_{GP-DIN4017}$ [%]

b) $(R_{GP-unbewehrt} - R_{EBGEO}) / R_{EBGEO}$ [%]

Abbildung 5.40: Vergleich zwischen $R_{GP-unbewehrt}$, $R_{GP-DIN 4017}$ und R_{EBGEO} für Gründungspolster mit $\varphi_2 = 35^\circ$, $\gamma_2 = 19,5 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 25^\circ$, $\gamma_1 = 18,5 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 2b = 4 \text{ m}$ und $t_G = 2 \text{ m}$

Abbildung 5.39 und Abbildung 5.40 zeigen, dass $R_{GP-unbewehrt}$ in den meisten Fällen deutlich größer als $R_{GP-DIN 4017}$ und R_{EBGEO} ist. Ein Grund dafür ist, dass der Grundbruchwiderstand des Gründungspolsters nach DIN 4017 (2006) und EBGEO (2009) mit der konservativen Superpositionsmethode (wie für den homogenen Untergrund) berechnet wird. Der Bruchmechanismus, mit dem das Verfahren nach DIN 4017 (2006) den gemittelten Parameter bestimmt, und der Bruchmechanismus nach EBGEO (2009) von Wendt (1990) sind nicht maßgebend für die Grundbruchwiderstandsberechnung. Die beiden Verfahren sind analytisch nicht nachvollziehbar (vgl. Kapitel 2.7) und sind theoretisch mangelhaft.

5.4 Vergleich des neuen analytischen Ansatzes mit der FEM-Berechnung

In dem folgenden Abschnitt werden sowohl die analytisch gerechneten Grundbruchwiderstände (mit verschiedenen Bodenparametern und Geometrien der Gründungspolster) als auch die maßgebenden Bruchmechanismen (*GP-I* oder *GP-II*) mit den Ergebnissen der numerischen Berechnungen mit PLAXIS 2D verglichen. Dies wird mit den in der Tabelle 5.3 aufgelisteten Materialien durchgeführt. Die seitliche Auflast q wird mit 0, 5, 10, 20 kN/m² angesetzt. Die Breite des Fundamentes wird für alle weiteren Berechnungen mit $b = 2\text{ m}$ festgelegt. Die Geometrie des Gründungspolsters (Tabelle 5.4) wird infolge der Breite b angegeben.

Tabelle 5.3: Bodenparameter der Materialien nach Schneider et al. (2010)

Bodenart	Reibungswinkel [°]	Wichte [kN/m ³]	Kohäsion [kN/m ²]
Kies-Sand	40	20	0
Sand	35	19,5	0
Schluff	25	18,5	0, 5, 10, 15, 20
Ton	20	18	0, 5, 10, 15, 20

Tabelle 5.4: Geometrie des Gründungspolsters für die Berechnungen

Bezeichnung	Werte
Mächtigkeit des Gründungspolsters t_G	0,5b, b, 1,5b
Breite des Gründungspolsters b_G	2b, 3b

Wie in Kapitel 4.4 werden sowohl die Grundbruchwiderstände als auch die Bruchmechanismen zur Verifizierung des analytischen Verfahrens verglichen. Die FEM-Berechnungen werden mit verschiedenen Kombinationen der Bodenarten aus Tabelle 5.3 und der Geometrie des Gründungspolsters aus Tabelle 5.4 durchgeführt. Die Breite des Fundamentes wird für alle Berechnungen weiter mit $b = 2\text{ m}$ festgelegt. Die Gründungspolster mit den Materialien (Sand und Schluff), der Gründungspolsterbreite $b_G = 4\text{ m}$ und Gründungspolstermächtigkeit $t_G = 1\text{ m}$ und 2 m werden zunächst zum Vergleich mit Plaxis 2D berechnet. Abbildung 5.41 stellt die Abweichungen zwischen $R_{GP- unbewehrt}$ und R_{GP-FEM} dar. Wenn der Untergrund eine relativ große Kohäsion aufweist, ist $R_{GP- unbewehrt}$ größer als R_{GP-FEM} . Die Abweichungen zwischen den beiden Verfahren liegen immer innerhalb $\pm 15\%$. Im Vergleich zu Abbildung 5.39 und Abbildung 5.40 sind die Abweichungen zwischen $R_{GP- unbewehrt}$ und R_{GP-FEM} theoretisch akzeptierbar.

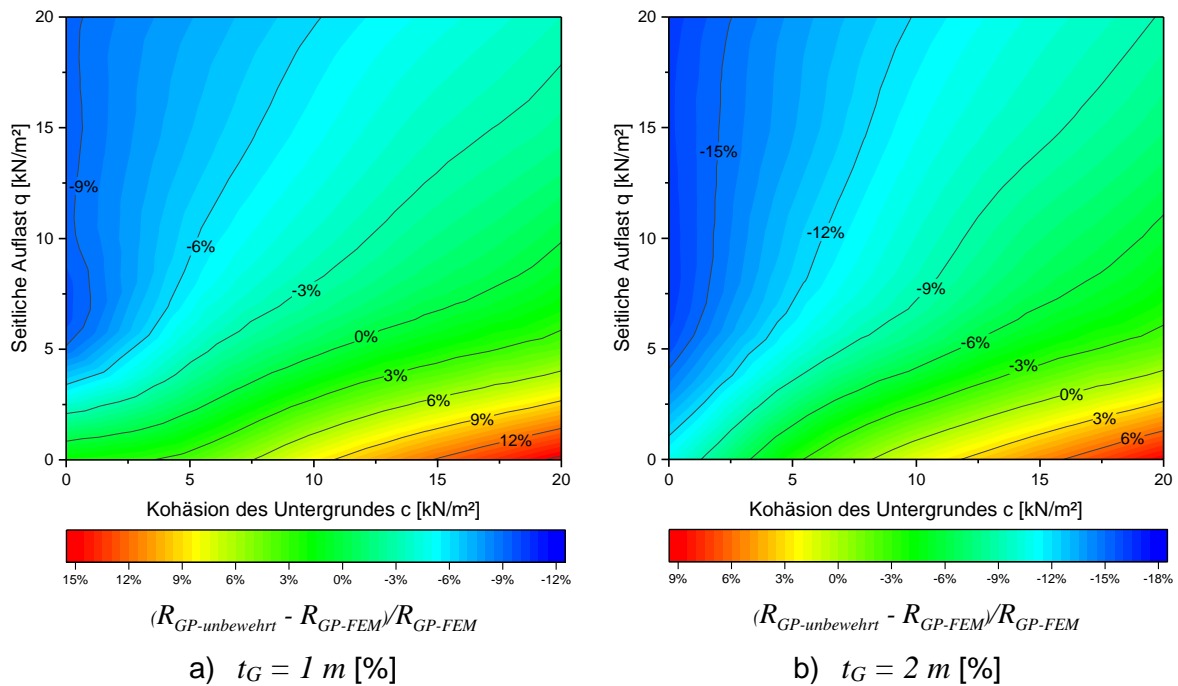


Abbildung 5.41: Vergleich zwischen $R_{GP-unbewehrt}$ und R_{GP-FEM} für Gründungspolster mit $\varphi_2 = 35^\circ$, $\gamma_2 = 19,5 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 25^\circ$, $\gamma_1 = 18,5 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 2b = 4 \text{ m}$, $t_G = 1 \text{ m}$ und 2 m

Abbildung 5.42 stellt den Vergleich zwischen den Bruchmechanismen nach der FEM und dem neuen analytischen Verfahren für das Gründungspolster mit $t_G = 1 \text{ m}$, verschiedener seitlicher Auflast und Kohäsion des Untergrundes dar. Nach dem Berechnungsprozess in Abbildung 5.38 ist der $GP-I$ für diese Fälle maßgebend. Die Bruchmechanismen beider Verfahren in Abbildung 5.42 a), b) und d) stimmen gut miteinander überein. Nur wenn das Material des Untergrundes eine große Kohäsion und keine seitliche Auflast aufweist (Abbildung 5.42 c)), ergibt sich ein relativ großer Unterschied zwischen den beiden Verfahren. Der Bruchmechanismus nach dem analytischen Verfahren liegt tiefer und breiter als der nach der FEM. Im Vergleich zu der Änderung der Bruchmechanismen nach dem analytischen Verfahren ist die Änderung der Bruchmechanismen nach der FEM infolge der Erhöhung der Kohäsion des Untergrundes kleiner. Das bedeutet, dass der Einfluss der Kohäsion auf den Bruchmechanismus nach der FEM kleiner ist als der nach dem analytischen Verfahren. Dabei ist der Grundbruchwiderstand nach dem neuen analytischen Verfahren größer als der nach FEM.

Die Vergleiche der Bruchmechanismen für das Gründungspolster mit $t_G = 2 \text{ m}$ sind der Abbildung 5.43 zu entnehmen. Der $GP-II$ ist nach dem analytischen Verfahren für diese Fälle maßgebend. Die Bruchmechanismen nach FEM sind für alle Fälle mit ähnlichem Verlauf wie bei $GP-II$ aufgebaut. Ein relativ großer Unterschied ergibt sich auch hier nur für den Untergrund mit großer Kohäsion und keine seitliche Auflast (Abbildung 5.43 c)). Sonst stimmen die Bruchmechanismen der beiden Verfahren gut überein.

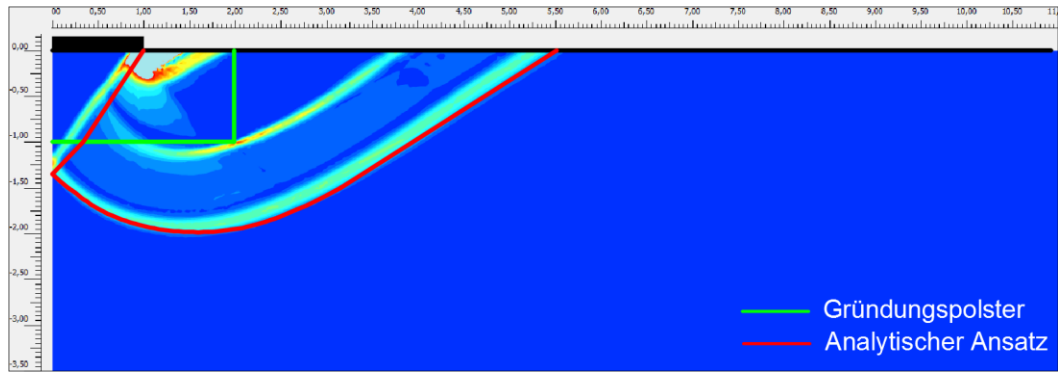
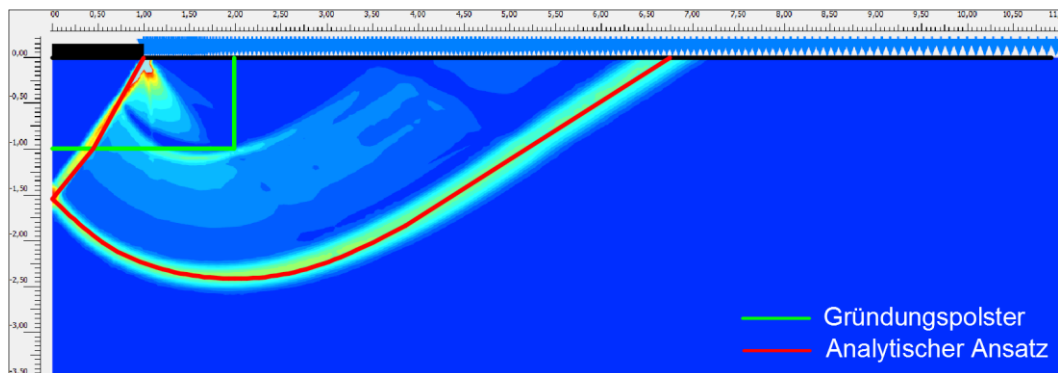
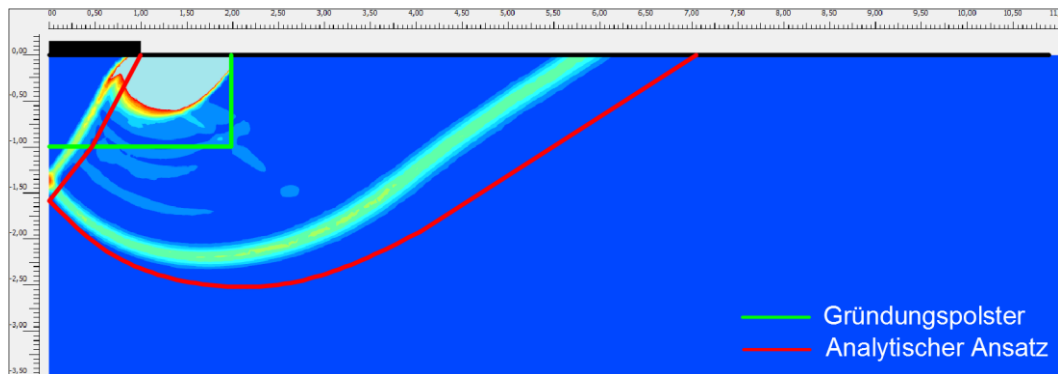
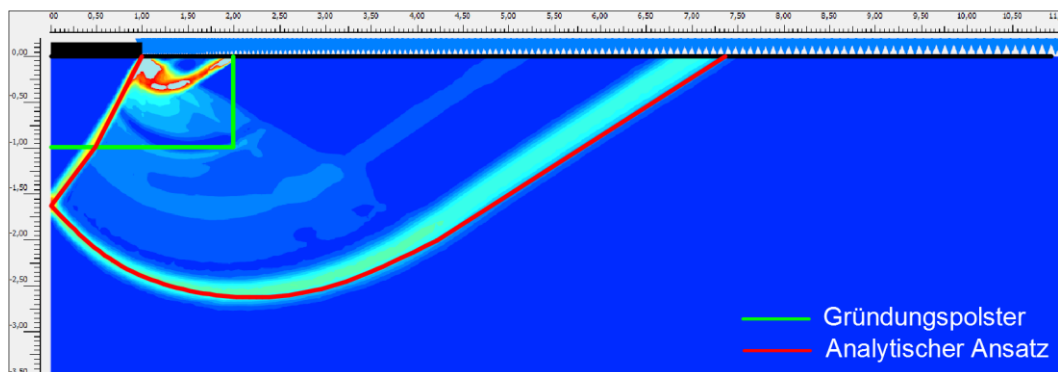
a) $q = 0 \text{ kN/m}^2$ und $c = 0 \text{ kN/m}^2$ b) $q = 20 \text{ kN/m}^2$ und $c = 0 \text{ kN/m}^2$ c) $q = 0 \text{ kN/m}^2$ und $c = 20 \text{ kN/m}^2$ d) $q = 20 \text{ kN/m}^2$ und $c = 20 \text{ kN/m}^2$

Abbildung 5.42: Bruchmechanismen des Gründungspolsters mit $\varphi_2 = 35^\circ$, $\gamma_2 = 19,5 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 25^\circ$, $\gamma_1 = 18,5 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 2b = 4 \text{ m}$, $t_G = 1 \text{ m}$ und unterschiedlichen q und c

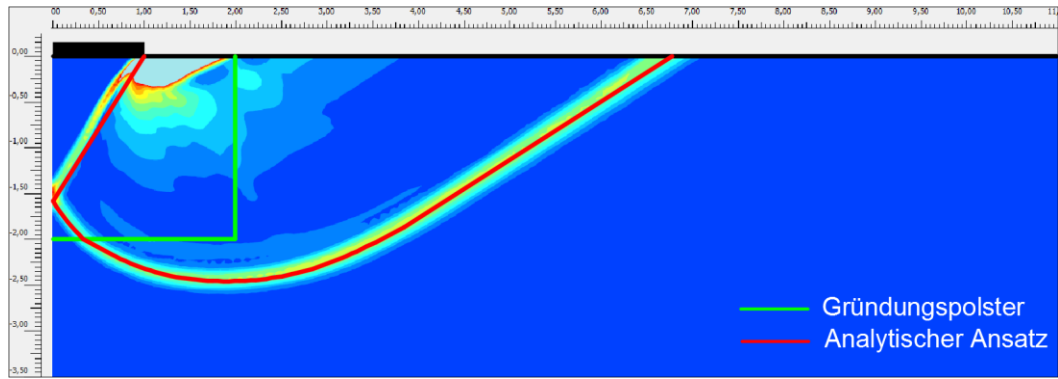
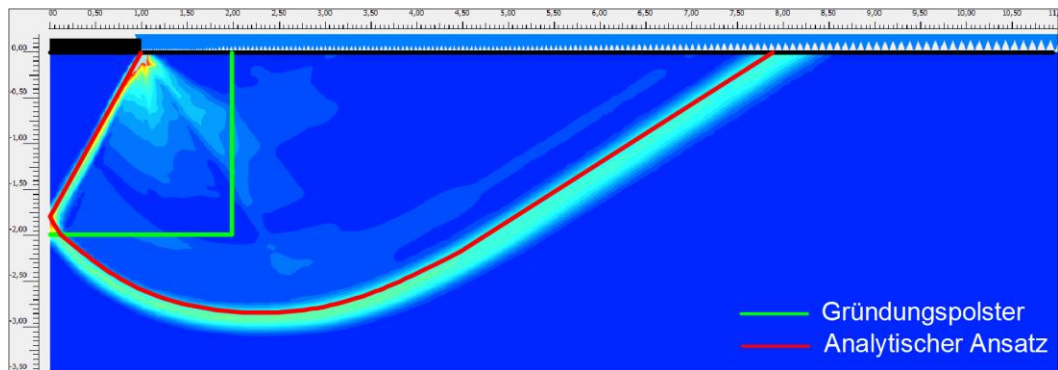
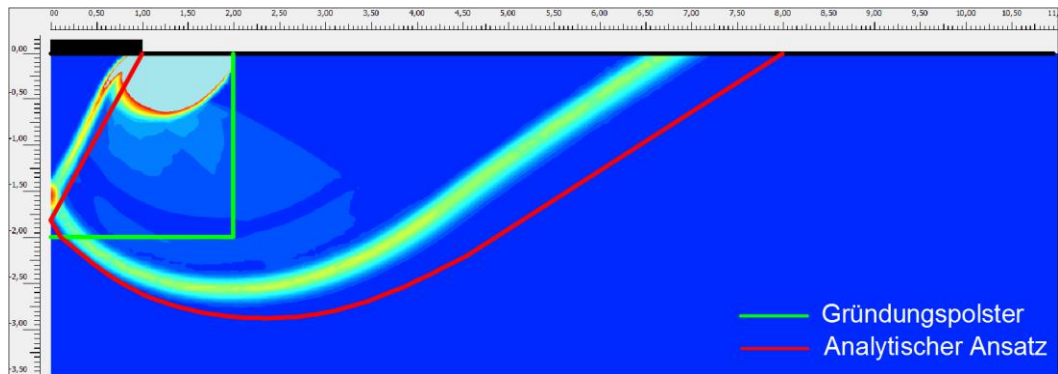
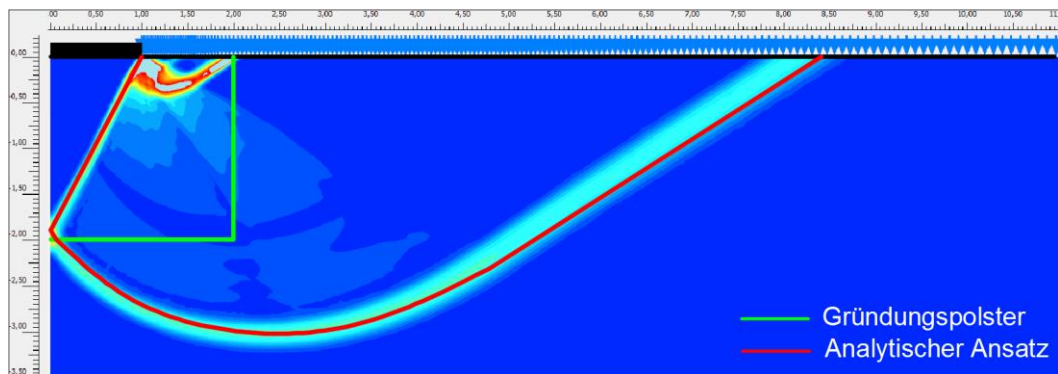
a) $q = 0 \text{ kN/m}^2$ und $c = 0 \text{ kN/m}^2$ b) $q = 20 \text{ kN/m}^2$ und $c = 0 \text{ kN/m}^2$ c) $q = 0 \text{ kN/m}^2$ und $c = 20 \text{ kN/m}^2$ d) $q = 20 \text{ kN/m}^2$ und $c = 20 \text{ kN/m}^2$

Abbildung 5.43: Bruchmechanismen des Gründungspolsters mit $\varphi_2 = 35^\circ$, $\gamma_2 = 19,5 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 25^\circ$, $\gamma_1 = 18,5 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 2b = 4 \text{ m}$, $t_G = 2 \text{ m}$ und unterschiedlichen q und c

Um die analytischen Verfahren mit der FEM zu verifizieren, wurden weitere umfangreiche Vergleiche mit anderen Bodenmaterialien durchgeführt. Die Berechnung von $R_{GP- unbewehrt}$ des Gründungspolsters aus Kies-Sand (mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$) auf bindigem Untergrund ($\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$) nach dem analytischen Verfahren mit verschiedenen Geometrien und Parametern (c und q) sind dem Anhang V (Tabelle V.1 und Tabelle V.2) zu entnehmen. Die Vergleiche zwischen $R_{GP- unbewehrt}$ und R_{GP-FEM} sind in der Abbildung 5.44 dargestellt. Die Vergleiche der Grundbruchwiderstände zeigen, dass die Ergebnisse des analytischen Verfahrens in diesen Fällen immer kleiner als die Grundbruchwiderstände nach den FEM-Berechnungen sind. Die Abweichungen für das Gründungspolster mit $t_G = 1 \text{ m}$ liegen zwischen -15 % und -2 % und für $t_G = 2 \text{ m}$ zwischen -25 % und -12 %.

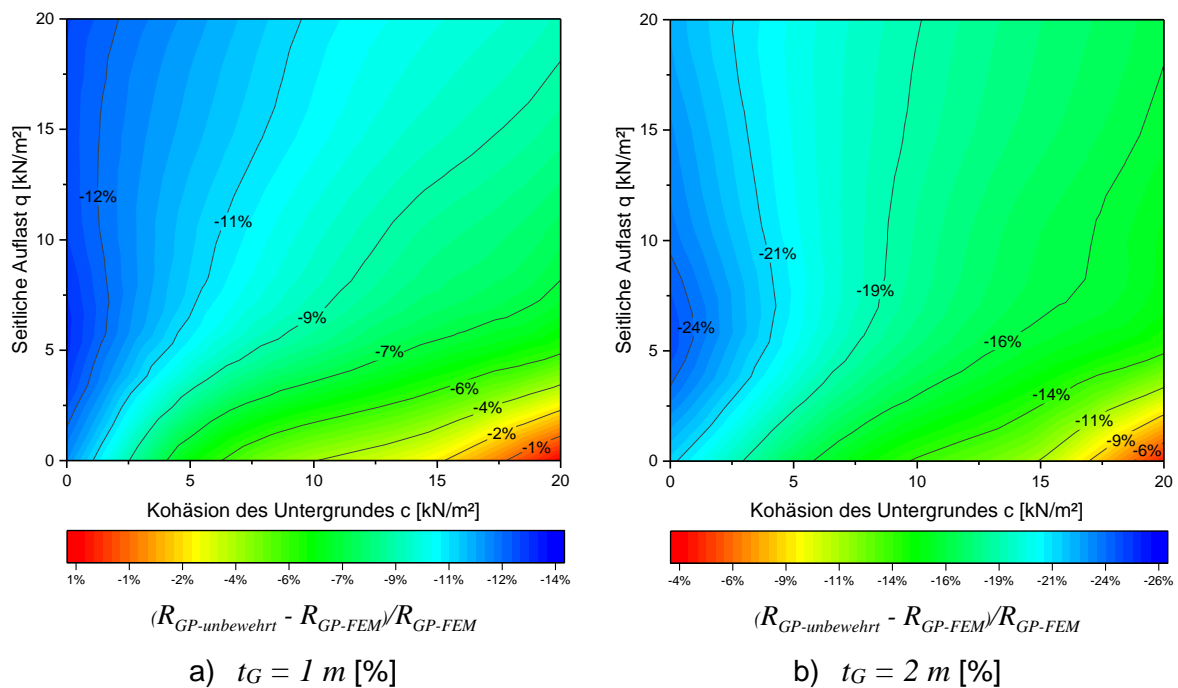


Abbildung 5.44: Vergleich zwischen $R_{GP- unbewehrt}$ und R_{GP-FEM} für Gründungspolster mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 4 \text{ m}$, $t_G = 1 \text{ m}$ und 2 m

Abbildung 5.45 und Abbildung 5.46 zeigen, dass die Bruchmechanismen nach den beiden Verfahren in den Fällen mit verschiedenen q und c gut miteinander übereinstimmen. $GP-I$ ist für alle Fälle in Abbildung 5.45 und die in Abbildung 5.46 maßgebend. Für das Gründungspolster mit $t_G = 2 \text{ m}$ und $q = 0 \text{ kN/m}^2$, $c = 0 \text{ kN/m}^2$ in Abbildung 5.46 a) gilt $\alpha_{GP-I} = \arctan(2t_G/b)$, dabei liegt der Spitzenpunkt des aktiven Gleitkeiles genau auf der unteren Kante des Gründungspolsters. Im Vergleich zu den Bruchmechanismen in Abbildung 5.43 ist zu erkennen, dass die maßgebenden Bruchmechanismen für die analytischen Verfahren nicht nur abhängig von der Geometrie des Gründungspolsters sondern auch von seinen anderen Parametern sind.

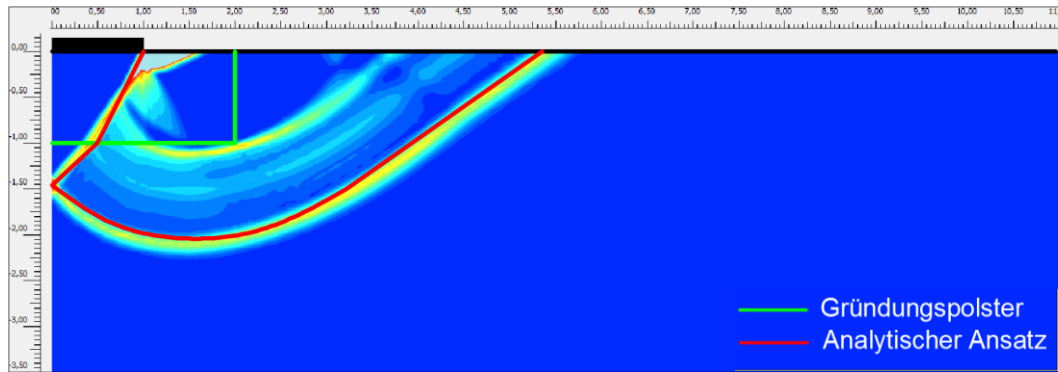
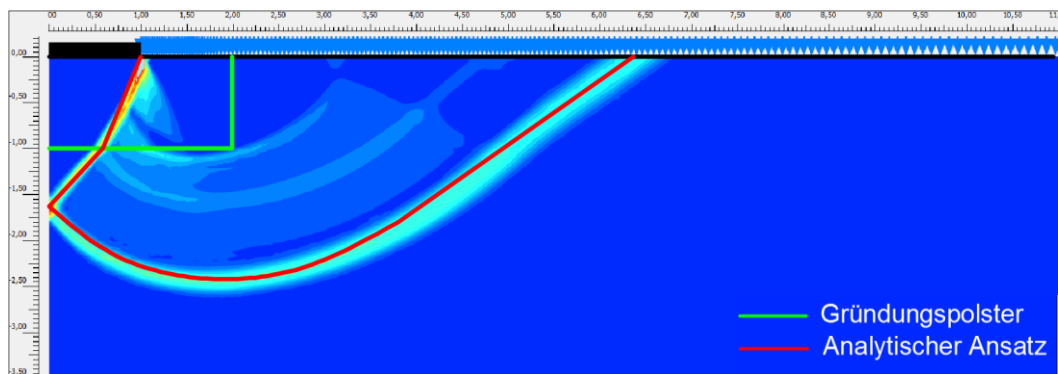
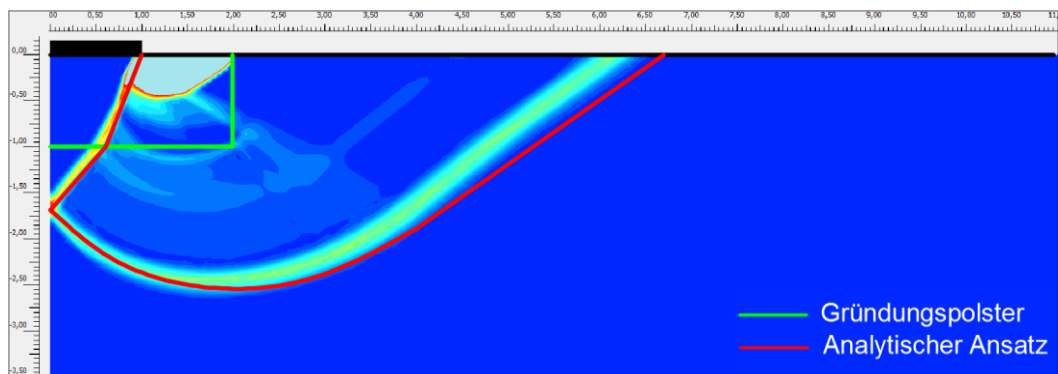
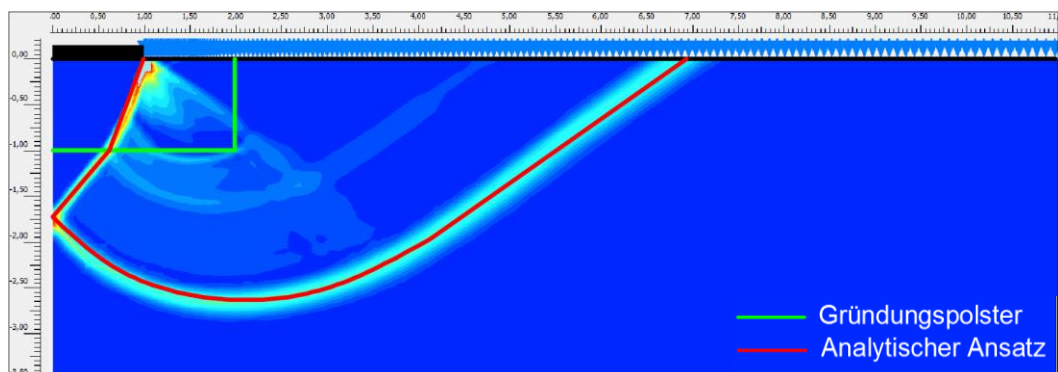
a) $q = 0 \text{ kN/m}^2$ und $c = 0 \text{ kN/m}^2$ b) $q = 20 \text{ kN/m}^2$ und $c = 0 \text{ kN/m}^2$ c) $q = 0 \text{ kN/m}^2$ und $c = 20 \text{ kN/m}^2$ d) $q = 20 \text{ kN/m}^2$ und $c = 20 \text{ kN/m}^2$

Abbildung 5.45: Bruchmechanismen des Gründungspolsters mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 2b = 4 \text{ m}$, $t_G = 1 \text{ m}$ und unterschiedlichen q und c

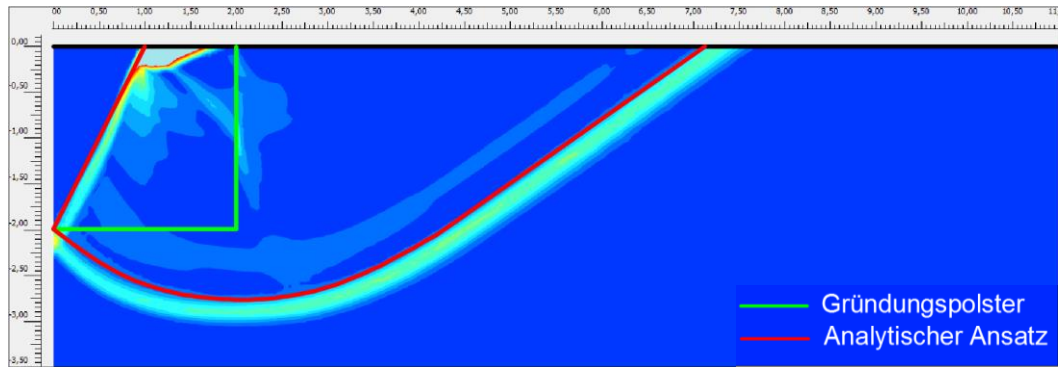
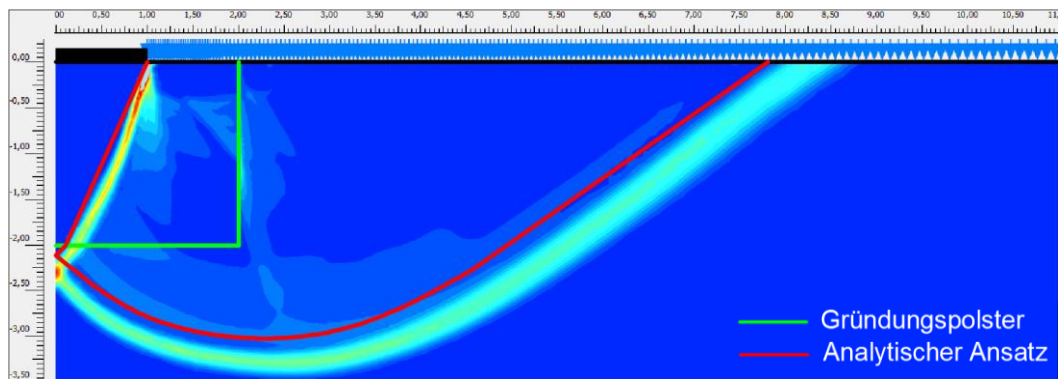
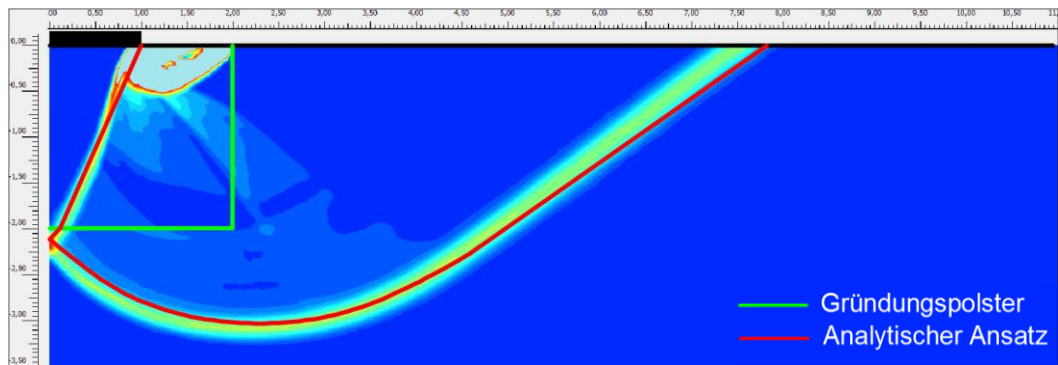
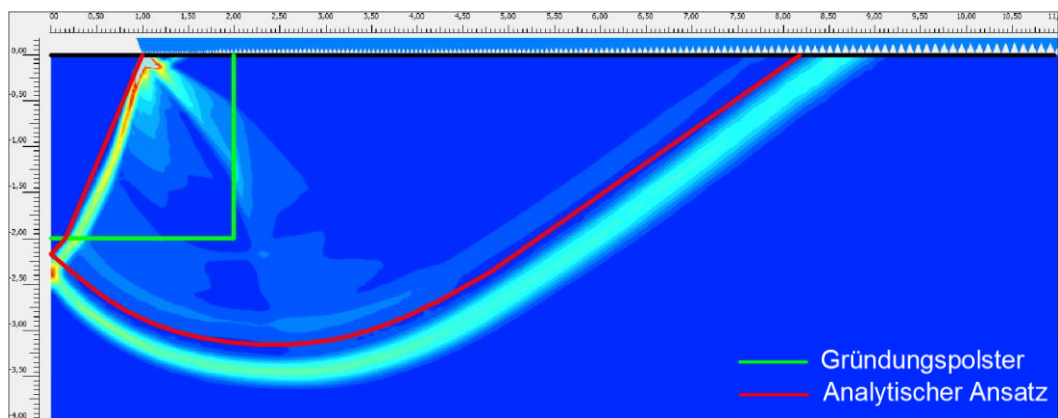
a) $q = 0 \text{ kN/m}^2$ und $c = 0 \text{ kN/m}^2$ b) $q = 20 \text{ kN/m}^2$ und $c = 0 \text{ kN/m}^2$ c) $q = 0 \text{ kN/m}^2$ und $c = 20 \text{ kN/m}^2$ d) $q = 20 \text{ kN/m}^2$ und $c = 20 \text{ kN/m}^2$

Abbildung 5.46: Bruchmechanismen des Gründungspolsters mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 2b = 4 \text{ m}$, $t_G = 2 \text{ m}$ und unterschiedlichen q und c

Um den Einfluss der Gründungspolsterbreite zu analysieren, werden die Berechnungen mit $b_G = 3b$ durchgeführt. Die Ergebnisse des analytischen Verfahrens für die Gründungspolster aus Kies-Sand auf bindigem Untergrund sind dem Anhang V (Tabelle V.3 und Tabelle V.4) zu entnehmen. Im Vergleich zu den Ergebnissen aus Tabelle V.1 und Tabelle V.2 erhöhen sich die Grundbruchwiderstände mit Zunahme der Gründungspolsterbreite b_G (von $2b$ auf $3b$) für alle Fälle um 2 % bis 6,6 %. Die Abweichungen zwischen $R_{GP-unbewehrt}$ und R_{GP-FEM} in Abbildung 5.47 sind ähnlich wie die in Abbildung 5.44 mit kleinerer Gründungspolsterbreite. Die Grundbruchwiderstände nach dem analytischen Verfahren sind grundsätzlich kleiner als die berechnete mit der FEM. Die Ergebnisse aus den beiden Verfahren verdeutlichen, dass die Vergrößerung der Gründungspolsterbreite b_G nur einen kleinen Einfluss auf den Grundbruchwiderstand hat.

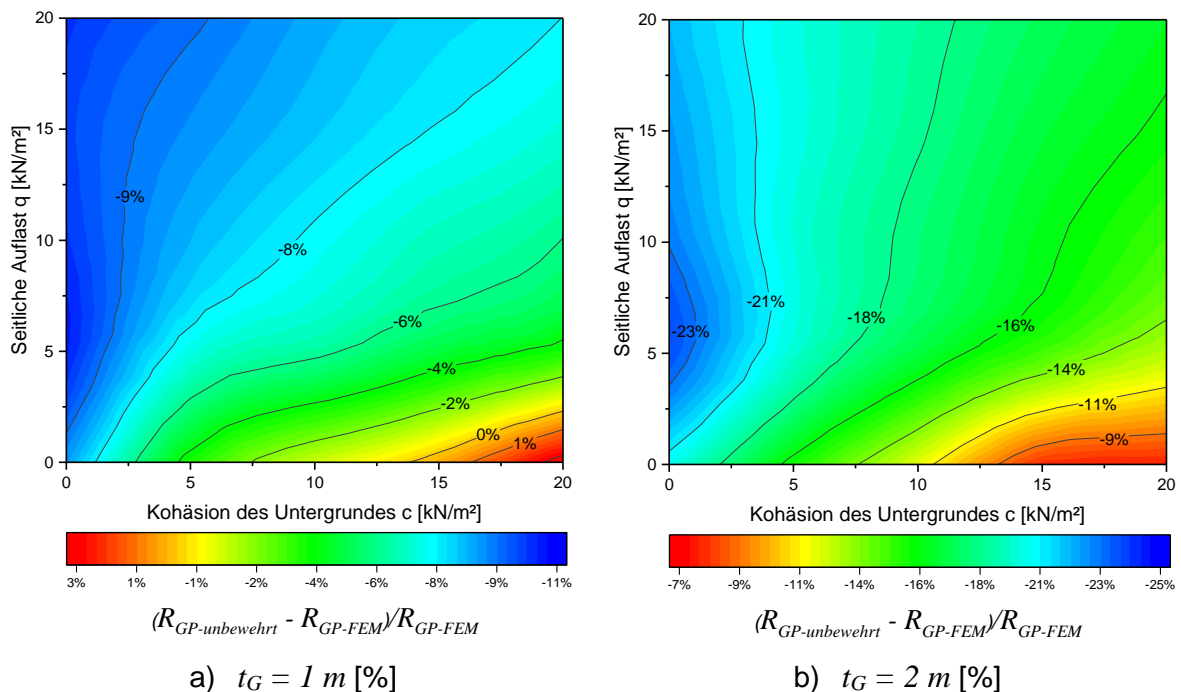


Abbildung 5.47: Vergleich zwischen $R_{GP-unbewehrt}$ und R_{GP-FEM} für Gründungspolster mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 6 \text{ m}$, $t_G = 1 \text{ m}$ und 2 m

Die Vergleiche der Bruchmechanismen in Abbildung 5.48 und Abbildung 5.49 zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen den Bruchmechanismen nach den beiden Verfahren. Obwohl sich ein relativ großer Unterschied in Abbildung 5.48 c) (Gründungspolster mit großer Kohäsion des Untergrundes) ergibt, beträgt die Abweichung zwischen $R_{GP-unbewehrt}$ und R_{GP-FEM} dabei nur ca. +2 %. Im Vergleich zu den Bruchmechanismen in Abbildung 5.45 und Abbildung 5.46 ist zu erkennen, dass der Einfluss der Vergrößerung der Gründungspolsterbreite auf die Bruchmechanismen bei den beiden Verfahren klein ist.

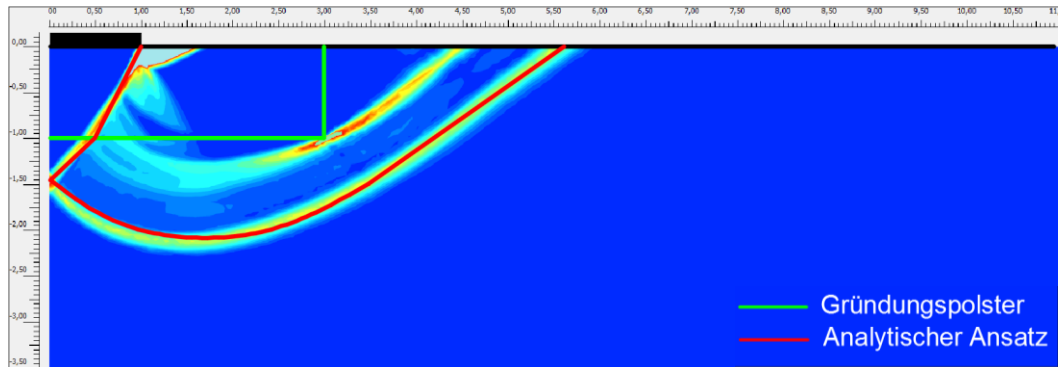
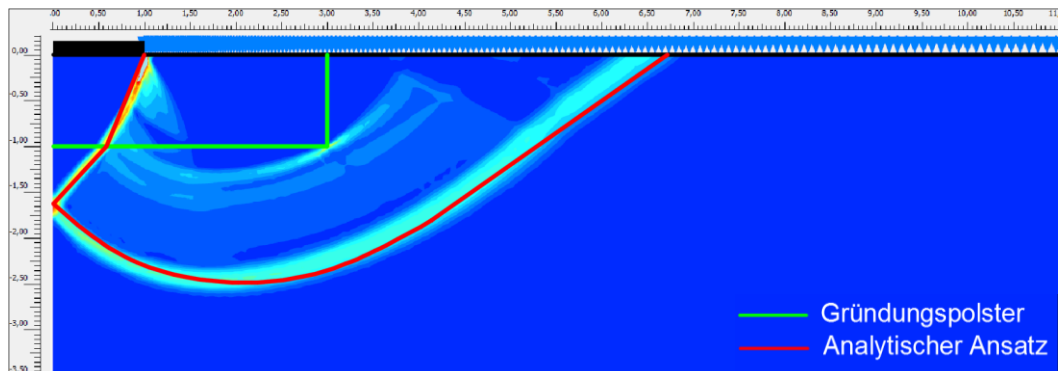
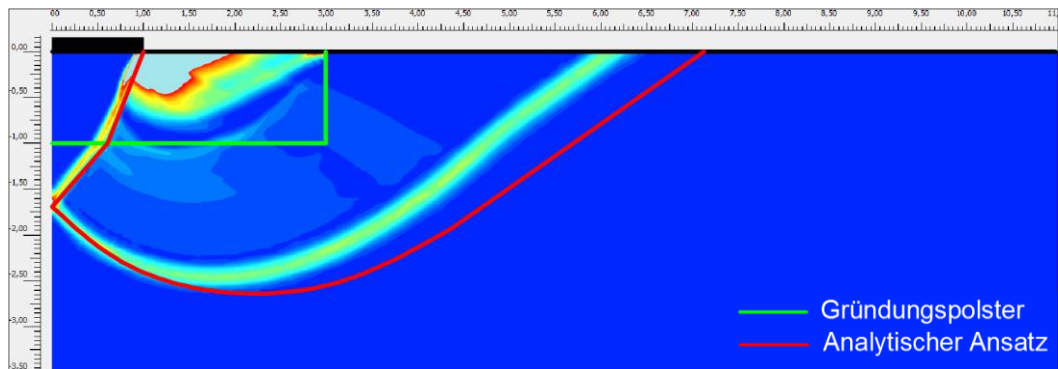
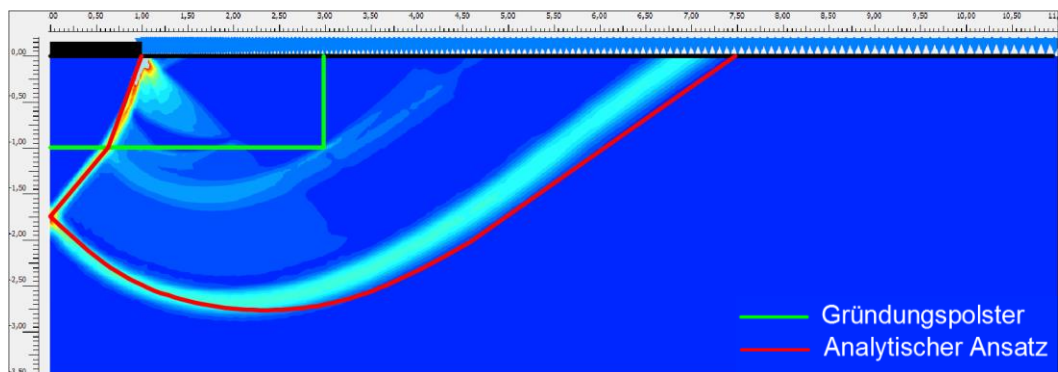
a) $q = 0 \text{ kN/m}^2$ und $c = 0 \text{ kN/m}^2$ b) $q = 20 \text{ kN/m}^2$ und $c = 0 \text{ kN/m}^2$ c) $q = 0 \text{ kN/m}^2$ und $c = 20 \text{ kN/m}^2$ d) $q = 20 \text{ kN/m}^2$ und $c = 20 \text{ kN/m}^2$

Abbildung 5.48: Bruchmechanismen des Gründungspolsters mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 3b = 6 \text{ m}$, $t_G = 1 \text{ m}$ und unterschiedlichen q und c

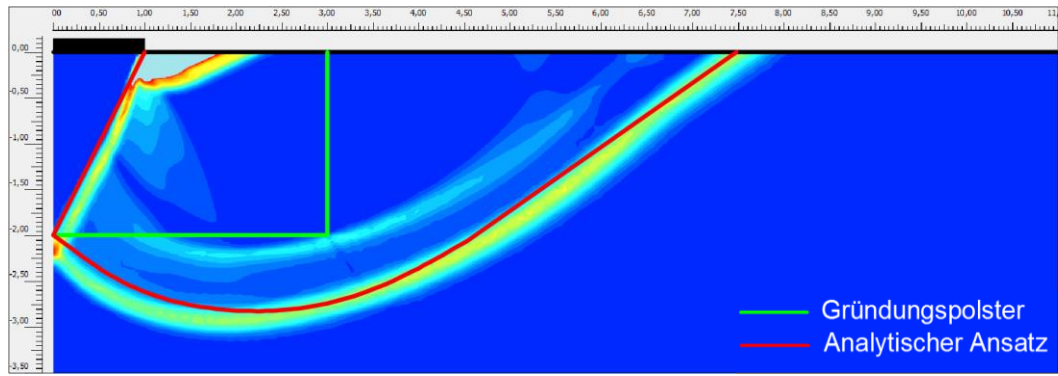
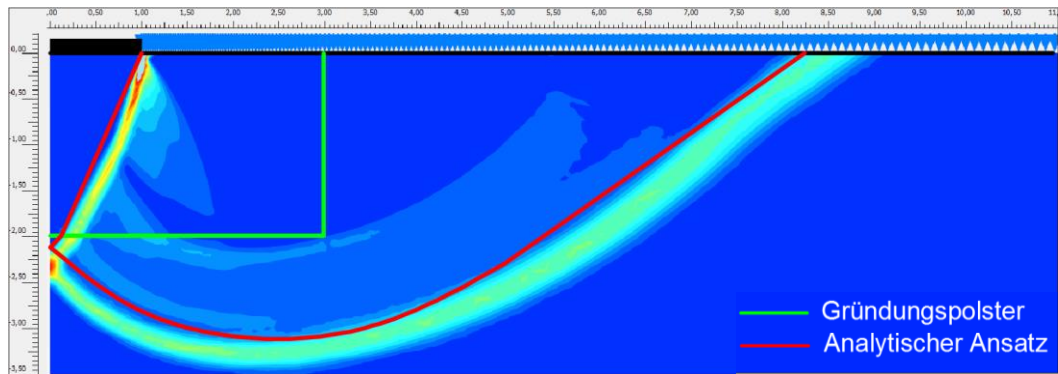
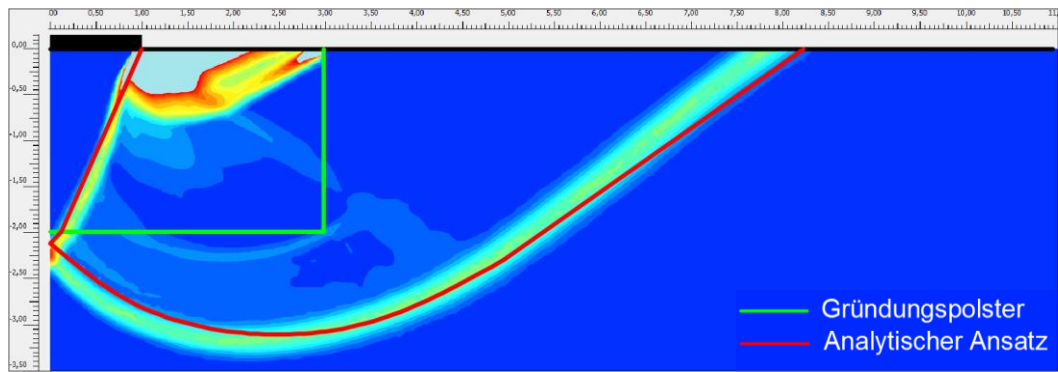
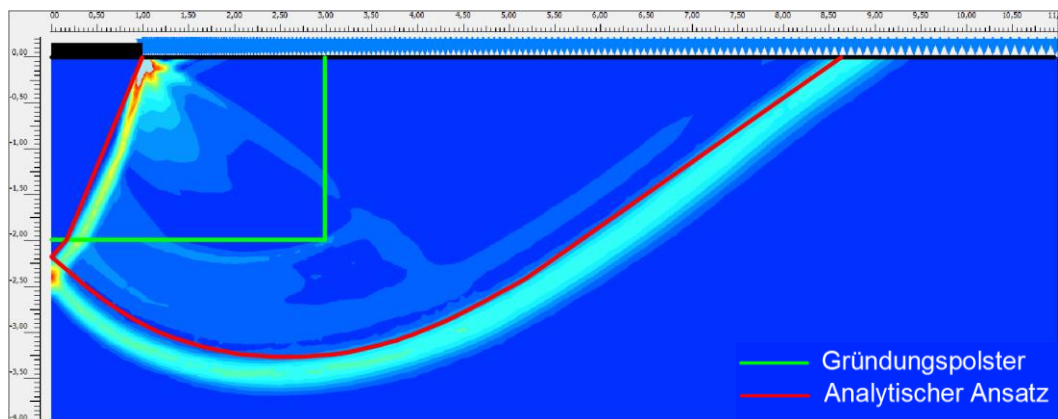

 a) $q = 0 \text{ kN/m}^2$ und $c = 0 \text{ kN/m}^2$

 b) $q = 20 \text{ kN/m}^2$ und $c = 0 \text{ kN/m}^2$

 c) $q = 0 \text{ kN/m}^2$ und $c = 20 \text{ kN/m}^2$

 d) $q = 20 \text{ kN/m}^2$ und $c = 20 \text{ kN/m}^2$

Abbildung 5.49: Bruchmechanismen des Gründungspolsters mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 3b = 6 \text{ m}$, $t_G = 2 \text{ m}$ und unterschiedlichen q und c

5.5 Fazit

Zwei Bruchmechanismen zur Berechnung des Grundbruchwiderstands eines unbewehrten Gründungspolsters wurden im vorliegenden Kapitel definiert. Sowohl die maßgebenden Bruchmechanismen (*GP-I* oder *GP-II*) und die damit berechneten Grundbruchwiderstände des neuen analytischen Berechnungsansatzes werden für verschiedene Geometrien und Materialien des Gründungspolsters mit den Ergebnissen der FEM-Berechnungen verglichen. Gegenüber den vorhandenen analytischen Verfahren z.B. DIN 4017 (2006) und EBGeo (2009) weist der neue Berechnungsansatz folgende Vorteile auf:

1. Die Ergebnisse aus den Verfahren nach DIN 4017 (2006) und EBGeo (2009) sind sowohl kleiner als die Ergebnisse des neuen analytischen Verfahrens als auch kleiner wie die der numerischen Berechnungen mit der FEM.
2. Der maßgebende Bruchmechanismus (*GP-I* oder *GP-II*) zur Berechnung des Grundbruchwiderstands wird von dem neuen analytischen Berechnungsansatz definiert. Die mit *GP-I* oder *GP-II* berechneten Grundbruchwiderstände sind vollständig nachvollziehbar.
3. Sowohl der mit dem neuen analytischen Ansatz ermittelte maßgebende Bruchmechanismus als auch der damit berechnete Grundbruchwiderstand sind vergleichbar mit den Ergebnissen der FEM-Berechnungen.

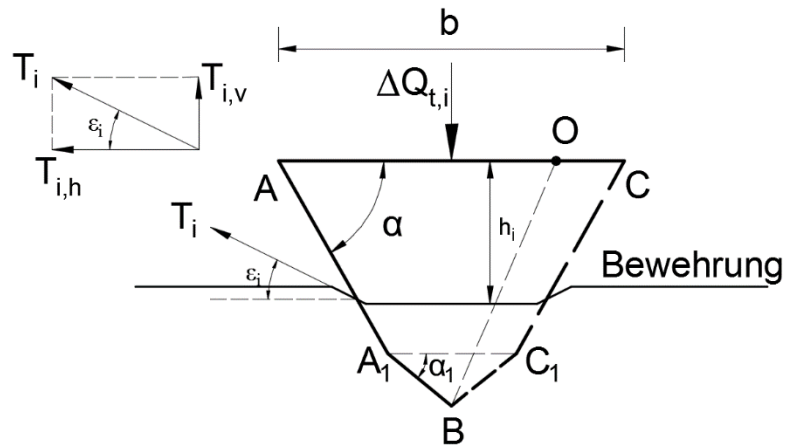
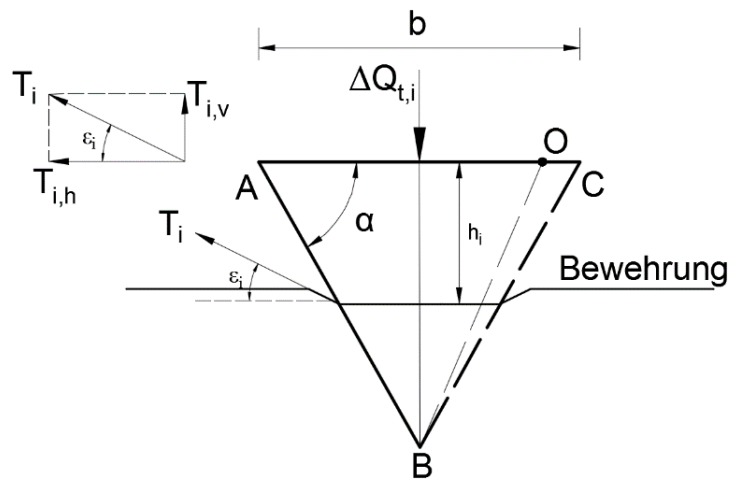
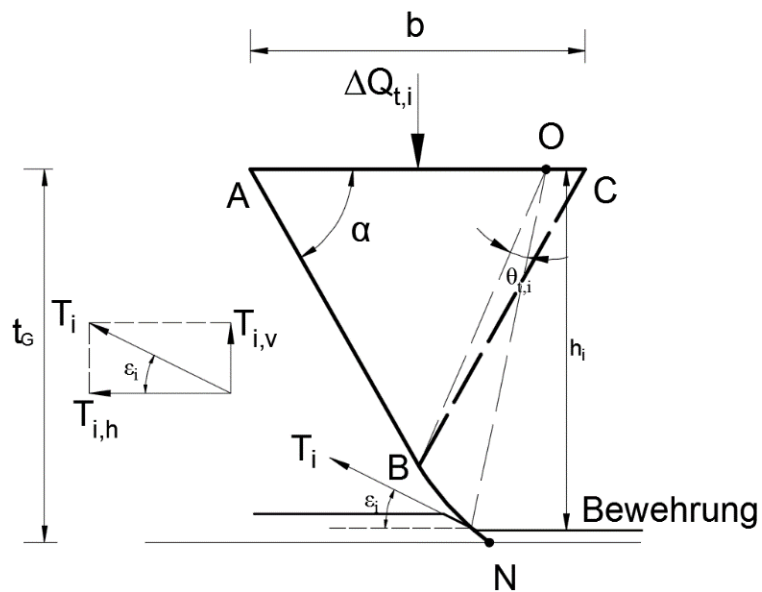
6 Analytischer Ansatz für bewehrte Gründungspolster

Um den Grundbruchwiderstand eines Gründungspolsters weiter zu erhöhen, ohne die Geometrie des Gründungspolsters zu vergrößern, wird auf die Geokunststoffbewehrung, z. B. Geogitter, als wirtschaftliche Maßnahme zurückgegriffen. Im folgenden Kapitel wird der analytische Berechnungsansatz für bewehrte Gründungspolster vorgestellt. Die Wirkung der Geokunststoffe ist bereits eingehend analysiert und einige bekannte Forschungsergebnisse wurden in Kapitel 2.5 vorgestellt. Aufgrund der Literaturrecherche werden folgende Annahmen zur Bestimmung der Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge der Bewehrung im Gründungspolster empfohlen:

1. Die Einwirkung der Bewehrung wird mit dem nach dem analytischen Verfahren in Kapitel 5 entwickelten Bruchmechanismus als eine zusätzliche Erhöhung des gesamten Grundbruchwiderstands berechnet. Dabei wird eine Annahme getroffen, dass die Bewehrung keinen Einfluss auf den gesamten Bruchmechanismus des Gründungspolsters hat.
2. Die maximale Zugkraft innerhalb der Bewehrung ($T_{i,max}$) ist entweder der Herausziehwiderstand (R_{Ai}) oder die Zugfestigkeit des Geokunststoffs (R_{Bi}), wobei die Verformung der Bewehrung nicht relevant ist. R_{Ai} und R_{Bi} sind nach dem Verfahren zur Bestimmung der Bemessungswiderstände der Geokunststoffe nach EBGeo (2009) mit den Gleichungen (2.95) und (2.96) zu berechnen.
3. Der gesamte Grundbruchwiderstand der bewehrten Gründungspolster wird dadurch ermittelt, dass sich sowohl der Boden ($R_{BG-unbewehrt}$) als auch die Bewehrung ($T = T_{max}$) im Bruchzustand befinden.

6.1 Analytischer Berechnungsansatz für die Bewehrung

In dem Verfahren nach Chen (2007) ergeben sich zwei Versagenstypen in der bewehrten Zone: Durchstanzen und allgemeiner Grundbruch. Der Bruchmechanismus infolge Durchstanzen ($\alpha = 90^\circ$) ist nach dem Verfahren im Kapitel 5 nur für sehr seltene Fälle ($\varphi_2 > 60^\circ$) maßgebend, weshalb das mögliche Durchstanzversagen in dieser Arbeit nicht berücksichtigt wird. Die Bewehrungen werden nur innerhalb des Gründungspolsters eingelegt. Die Bewehrungsanlagen können entweder in den aktiven Gleitkeil (*GP-I* und *GP-II*) oder bei *GP-II* in der Übergangszone eingelegt werden und liegen im Anfangszustand horizontal im Gründungspolster. Die Belastung auf dem Fundament verursacht eine relative Verschiebung zwischen Gleitfläche und Umgebung. Dadurch entsteht die Verformung (Dehnung) der Bewehrung. Die Darstellungen der Bewehrung im Gründungspolster mit unterschiedlichen Tiefen (im aktiven Gleitkeil oder in der Übergangszone) sind in Abbildung 6.1 dargestellt.

a) Bewehrung mit *GP-I*b) Bewehrung mit *GP-II* im aktiven Gleitkeilc) Bewehrung mit *GP-II* in der ÜbergangszoneAbbildung 6.1: Bewehrung mit *GP-I* und *GP-II*

Der Mittelpunkt O wird mit dem Verfahren für das unbewehrte Gründungspolster (vgl. Kapitel 5) bestimmt. T_i ist die Zugkraft in der Bewehrung. h_i entspricht der Tiefe der i -ter Bewehrungsanlage. $\Delta Q_{t,i}$ ist die Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge der i -ter Bewehrung. Die Verformung der Bewehrung auf der Gleitfläche wird als Winkel ε_i zur Horizontalen angegeben. Wenn die Bewehrung sich entlang der Gleitfläche verformt, ergibt sich der maximale ε_i . Die Bedingung $0 \leq \varepsilon_i \leq \alpha$ gilt für die Bewehrung, die im aktiven Gleitwinkel liegt (Abbildung 6.1 a) und b)). Für die Bewehrung nach der Abbildung 6.1 c) ergibt sich $0 \leq \varepsilon_i \leq \alpha + \theta_{t,i}$. $\theta_{t,i}$ berechnet sich nach der Gleichung (6.1):

$$e^{\theta_{t,i} \tan \varphi_2} \cos(\alpha - \varphi_2 - \theta_{t,i}) = \frac{h_i}{OB} \quad (6.1)$$

Die Länge OB ist nach der Gleichung (5.205) zu definieren. Die gesamte Erhöhung des Grundbruchwiderstands wird mit der Gleichung (6.2) ermittelt:

$$\Delta Q_t = \sum_{i=1}^n \Delta Q_{t,i} \quad (6.2)$$

Der gesamte Grundbruchwiderstand eines bewehrten Gründungspolsters ergibt sich aus:

$$R_{GP-bewehrt} = R_{GP-unbewehrt} + \Delta Q_t = R_{GP-unbewehrt} + \sum_{i=1}^n \Delta Q_{t,i} \quad (6.3)$$

6.1.1 Bewehrung im aktiven Gleitkeil

Zur Bestimmung der Tragfähigkeitserhöhung $\Delta Q_{t,i}$ werden sowohl das Kraftgleichgewicht als auch das Momentengleichgewicht des aktiven Gleitkeiles betrachtet. Mit dem ‚*membrane effect*‘ nach Chen (2007) (vgl. Kapitel 2.5) kann das Kraftgleichgewicht (vertikale Richtung) der symmetrischen Struktur (Abbildung 6.1 a) und b)) durch die Gleichung (6.4) beschrieben werden:

$$\Delta Q_{t,i} = 2T_{i,v} = \underbrace{2T_i \sin \varepsilon_i}_{\text{Membrane effekt}} \quad (6.4)$$

Weil die Bewehrung sich im Bruchzustand befindet, beträgt die Zugkraft in der Bewehrung T_i ihr Maximum $T_{i,max}$. Die Erhöhung des Grundbruchwiderstands entspricht dem maximalen $\Delta Q_{t,i}$ und ist theoretisch mit der maximalen ε_i ($\varepsilon_i = \alpha$) zu erhalten. Allerdings muss die Momentengleichgewichtsbedingung ebenfalls erfüllt werden. Das Momentengleichgewicht des gesamten Bruchmechanismus auf dem Punkt O wird in der Gleichung (6.5) definiert:

$$M_{O,i} = 0: \Delta Q_{t,i} l_{\Delta Q_{t,i}} - T_i l_{T_i} = 0 \quad (6.5)$$

mit

$$l_{\Delta Q_{t,i}} = OB \cdot \sin(\alpha - \varphi_2) \quad (6.6)$$

$$l_{T_i} = \sin \varepsilon_i \left(l_{\Delta Q_{t,i}} + \frac{b}{2} - \frac{h_i}{\tan \alpha} \right) + h_i \cos \varepsilon_i \quad (6.7)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (6.4) in das Momentengleichgewicht (Gleichung (6.5)) ergibt sich:

$$2 \sin \varepsilon_i l_{\Delta Q_{t,i}} = \sin \varepsilon_i \left(l_{Q_{t,i}} + \frac{b}{2} - \frac{h_i}{\tan \alpha} \right) + h_i \cos \varepsilon_i \quad (6.8)$$

Durch die Umformulierung von Gleichung (6.8) ergibt sich (6.9) zur Lösung des maßgebenden ε_i :

$$\frac{h_i}{\tan \alpha} - \frac{h_i}{\tan \varepsilon_i} = \frac{b}{2} - l_{\Delta Q_{t,i}} \quad (6.9)$$

Der Winkel ε_i variiert im Bereich $0 \leq \varepsilon_i \leq \alpha$, was $\tan \varepsilon_i \leq \tan \alpha$ entspricht. Nur wenn der Hebelarm $l_{\Delta Q_{t,i}}$ größer als $b/2$ ist, ergibt sich eine Lösung für die Gleichung (6.9). Das bedeutet, nur wenn der Mittelpunkt O außerhalb der Fundamentsohle liegt, können sowohl das Kraftgleichgewicht (Gleichung (6.4)) als auch das Momentengleichgewicht (Gleichung (6.5)) mit dem nach der Gleichung (6.10) berechneten ε_i gleichzeitig erfüllt sein. Die Lösung lautet dann:

$$\varepsilon_i = \arctan \left(\frac{h_i}{l_{\Delta Q_{t,i}} - \frac{b}{2} + \frac{h_i}{\tan \alpha}} \right) \quad (6.10)$$

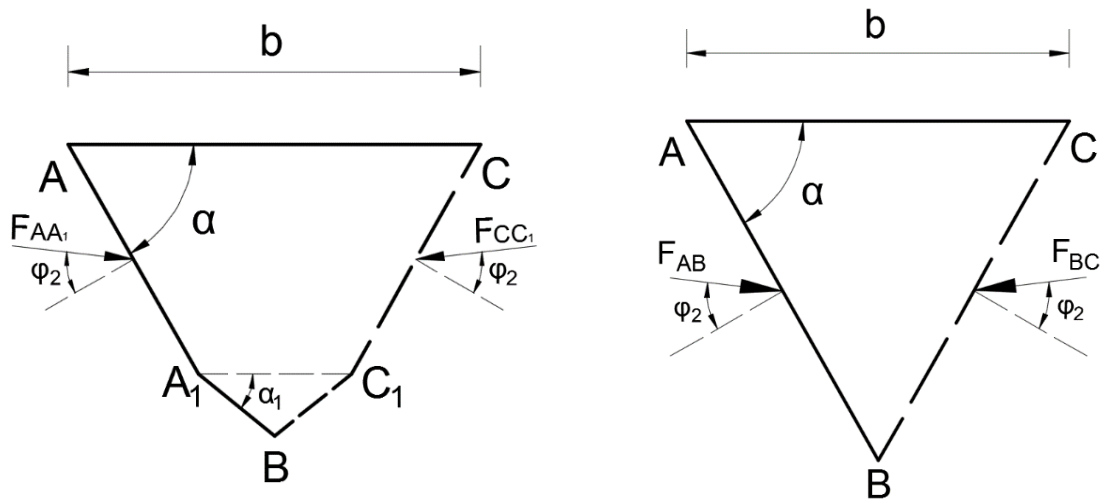
$\Delta Q_{t,i}$ berechnet sich folglich nach der Gleichung (6.11):

$$\Delta Q_{t,i} = 2T_{i,\max} \sin \left[\arctan \left(\frac{h_i}{l_{\Delta Q_{t,i}} - \frac{b}{2} + \frac{h_i}{\tan \alpha}} \right) \right] \quad \text{für } l_{\Delta Q_{t,i}} > \frac{b}{2} \quad (6.11)$$

Wenn der Mittelpunkt O unterhalb der Fundamentsohle liegt ($l_{\Delta Q_{t,i}} < b/2$), kann die Momentengleichgewichtsbedingung nach der Gleichung (6.5) durch Variation des Winkels ε_i nicht erfüllt werden. Das Moment der Kraft in der Bewehrung ist immer größer als das Moment der Erhöhung des Grundbruchwiderstands (Gleichung (6.12)).

$$T_i l_{T_i} > \Delta Q_{t,i} l_{\Delta Q_{t,i}} \quad (6.12)$$

Das Gleichgewicht des gesamten Bruchmechanismus wird durch das Moment der Zugkraft T_i ($T_{i,max}$) übertrieben. Der aktive Gleitkeil verschiebt sich relativ gegen die Umgebung nach oben. Ein zusätzliches Entgegenwirken des Bodens auf der Gleitfläche entsteht. Nach dem Mohr-Coulomb'schen Kriterium ereignet sich dieses Entgegenwirken mit dem Winkel φ_2 zur Normalen der Gleitfläche. Dieses zusätzliche Entgegenwirken wird als ‚negative friction effect‘ (Effekt der negativen Reibung) bezeichnet. Die Darstellung des Entgegenwirkens bei GP-I und GP-II ist der Abbildung 6.2 zu entnehmen. Das Entgegenwirken entsteht nur innerhalb des Gründungspolsters (AA_1 und CC_1 bei GP-I, AB und BC bei GP-II).



a) Entgegenwirken auf AA_1 (CC_1) bei GP-I b) Entgegenwirken auf AB (BC) bei GP-II

Abbildung 6.2: Zusätzliche Kräfte auf der aktiven Gleitfläche bei GP-I und GP-II infolge des ‚negative friction effect‘ mit Bewehrung innerhalb des aktiven Gleitkeils

Das Kraftgleichgewicht berechnet sich im Folgenden mit der Gleichung (6.13):

$$\Delta Q_{t,i} = \underbrace{2T_i \sin \varepsilon_i}_{\text{Membrane effekt}} - \underbrace{2F_{AB(AA_1)} \sin(\alpha - 90^\circ + \varphi_2)}_{\text{Negative friction effekt}} = 2T_i \sin \varepsilon_i + 2F_{AB(AA_1)} \cos(\alpha + \varphi_2) \quad (6.13)$$

Und das Momentengleichgewicht ergibt sich durch:

$$M_{O_{t,i}} = 0: \Delta Q_{t,i} l_{\Delta Q_{t,i}} + F_{AB(AA_1)} l_{F_{AB(AA_1)}} - T_i l_{T_i} = 0 \quad (6.14)$$

mit

$$l_{F_{AB(AA_1)}} = \sin(\alpha + \varphi_2) \frac{AB(AA_1) \sin \alpha}{2} - \cos(\alpha + \varphi_2) \left(l_{\Delta Q_{t,i}} + \frac{b}{2} - \frac{AB(AA_1) \cos \alpha}{2} \right) \quad (6.15)$$

Die Erhöhung des Grundbruchwiderstands $\Delta Q_{t,i}$ wird demnach mit der Gleichung (6.16) definiert:

$$\Delta Q_{t,i} = T_{i,\max} \left\{ \frac{\sin \varepsilon_i \left[l_{\Delta Q_{t,i}} + \frac{b}{2} - \frac{h_i}{\tan \alpha} + \frac{l_{F_{AB}(AA_1)}}{\cos(\alpha + \varphi_2)} \right] + h_i \cos \varepsilon_i}{l_{\Delta Q_{t,i}} + \frac{l_{F_{AB}(AA_1)}}{2 \cos(\alpha + \varphi_2)}} \right\} \quad (6.16)$$

Unter der Annahme, dass der maximale ‚*membrane effect*‘ eintritt bzw. sich die Bewehrung entlang der aktiven Gleitfläche verformt ($\varepsilon_i = \alpha$), berechnet sich $\Delta Q_{t,i}$ wie folgt:

$$\Delta Q_{t,i} = T_{i,\max} \left\{ \frac{\sin \alpha \left[l_{\Delta Q_{t,i}} + \frac{b}{2} + \frac{l_{F_{AB}(AA_1)}}{\cos(\alpha + \varphi_2)} \right]}{l_{\Delta Q_{t,i}} + \frac{l_{F_{AB}(AA_1)}}{2 \cos(\alpha + \varphi_2)}} \right\} \quad \text{für } l_{\Delta Q_{t,i}} < \frac{b}{2} \quad (6.17)$$

Nach Gleichung (6.17) ist $\Delta Q_{t,i}$ für $l_{\Delta Q_{t,i}} < b/2$ nicht abhängig von der Tiefe der Bewehrung h_i . Wenn der Mittelpunkt O direkt an der Ecke der Fundamentsohle liegt ($l_{\Delta Q_{t,i}} = b/2$), berechnet sich $\Delta Q_{t,i}$ nach der Gleichung (6.18):

$$\Delta Q_{t,i} = 2T_{i,\max} \sin \alpha \quad \text{für } l_{\Delta Q_{t,i}} = \frac{b}{2} \quad (6.18)$$

6.1.2 Bewehrung in der Übergangszone

Wenn die Bewehrung in der Übergangszone (*GP-II*) liegt ($h_i > b \cdot \tan \alpha / 2$), obwohl die Bewehrungskraft T_i nicht direkt auf die Kante des aktiven Gleitkeiles einwirkt (vgl. Abbildung 6.1 c)), muss das Kraftgleichgewicht des gesamten Bruchmechanismus erfüllt sein. Das Kraftgleichgewicht in der vertikalen Richtung ergibt sich nach Gleichung (6.19) aus dem ‚*membrane effect*‘ der Bewehrung (vertikale Komponente) und der Erhöhung des Grundbruchwiderstands $\Delta Q_{t,i}$:

$$\Delta Q_{t,i} = \underbrace{2T_i \sin \varepsilon_i}_{\text{Membrane effekt}} \quad (6.19)$$

Das Momentengleichgewicht des gesamten Bruchmechanismus wird mit der Gleichung (6.20) bestimmt:

$$M_{O_{t,i}} = 0: \Delta Q_{t,i} l_{\Delta Q_{t,i}} - T_i l_{T_i} = 0 \quad (6.20)$$

mit

$$l_{T_i} = h_i \sin \varepsilon_i \tan(\alpha - \varphi_2 - \theta_{t,i}) + h_i \cos \varepsilon_i \quad (6.21)$$

Mit der gleichen Vorgehensweise wie in Kapitel 6.1.1 – durch Einsetzen der Gleichung (6.19) in die Gleichung (6.20) – ergibt sich:

$$2 \sin \varepsilon_i l_{\Delta Q_{t,i}} = h_i \sin \varepsilon_i \tan(\alpha - \varphi_2 - \theta_{t,i}) + h_i \cos \varepsilon_i \quad (6.22)$$

Das maßgebende ε_i , berechnet sich demnach wie folgt:

$$\varepsilon_i = \arctan \left[\frac{h_i}{2l_{\Delta Q_{t,i}} - h_i \tan(\alpha - \varphi_2 - \theta_{t,i})} \right] \quad (6.23)$$

Wegen $0 \leq \varepsilon_i \leq \alpha + \theta_{t,i}$ gilt die Gleichung (6.23) nur unter der Bedingung nach Gleichung (6.24) für die Berechnung des $\Delta Q_{t,i}$:

$$l_{\Delta Q_{t,i}} \geq h_i \left[\frac{1 + \tan(\alpha - \varphi_2 - \theta_{t,i}) \tan(\alpha + \theta_{t,i})}{2 \tan(\alpha + \theta_{t,i})} \right] \quad (6.24)$$

Der zusätzliche Grundbruchwiderstand $\Delta Q_{t,i}$ berechnet sich demnach folgendermaßen:

$$\Delta Q_{t,i} = 2T_{i,\max} \sin \left\{ \arctan \left[\frac{h_i}{2l_{\Delta Q_{t,i}} - h_i \tan(\alpha - \varphi_2 - \theta_{t,i})} \right] \right\} \quad (6.25)$$

Für den Sonderfall gilt die Gleichung (6.26):

$$\Delta Q_{t,i} = 2T_{i,\max} \sin(\alpha + \theta_{t,i}) \text{ für } l_{\Delta Q_{t,i}} = h_i \left[\frac{1 + \tan(\alpha - \varphi_2 - \theta_{t,i}) \tan(\alpha + \theta_{t,i})}{2 \tan(\alpha + \theta_{t,i})} \right] \quad (6.26)$$

Wenn die Bedingung nach der Gleichung (6.24) nicht erfüllt ist, entsteht das zusätzliche Entgegenwirken (*negative friction effect*) auf der aktiven Gleitfläche (vgl. Kapitel 6.1.1). Die zusätzlichen Kräfte infolge des *negative friction effect* werden in Abbildung 6.3 dargestellt. Analog zur Bewehrung innerhalb des aktiven Gleitkeiles wird $\Delta Q_{t,i}$ nach der Gleichung (6.27) berechnet:

$$\Delta Q_{t,i} = T_{i,\max} \left\{ \frac{\sin \varepsilon_i \left[h_i \tan(\alpha - \varphi_2 - \theta_{t,i}) + \frac{l_{F_{AB}}}{\cos(\alpha + \varphi_2)} \right] + h_i \cos \varepsilon_i}{l_{\Delta Q_{t,i}} + \frac{l_{F_{AB}}}{2 \cos(\alpha + \varphi_2)}} \right\} \quad (6.27)$$

mit

$$l_{F_{AB(Aq)}} = \sin(\alpha + \varphi_2) \frac{AB \sin \alpha}{2} - \cos(\alpha + \varphi_2) \left(l_{\Delta Q_{t,i}} + \frac{b}{2} - \frac{AB \cos \alpha}{2} \right) \quad (6.28)$$

Durch die Annahme $\varepsilon_i = \alpha + \theta_{t,i}$ ergibt sich $\Delta Q_{t,i}$ zu:

$$\Delta Q_{t,i} = T_{i,\max} \left\{ \frac{\sin(\alpha + \theta_{t,i}) \left[h_i \tan(\alpha - \varphi_2 - \theta_{t,i}) + \frac{l_{F_{AB}}}{\cos(\alpha + \varphi_2)} \right] + h_i \cos(\alpha + \theta_{t,i})}{l_{\Delta Q_{t,i}} + \frac{l_{F_{AB}}}{2 \cos(\alpha + \varphi_2)}} \right\} \quad (6.29)$$

für $l_{\Delta Q_{t,i}} < h_i \left[\frac{1 + \tan(\alpha - \varphi_2 - \theta_{t,i}) \tan(\alpha + \theta_{t,i})}{2 \tan(\alpha + \theta_{t,i})} \right]$

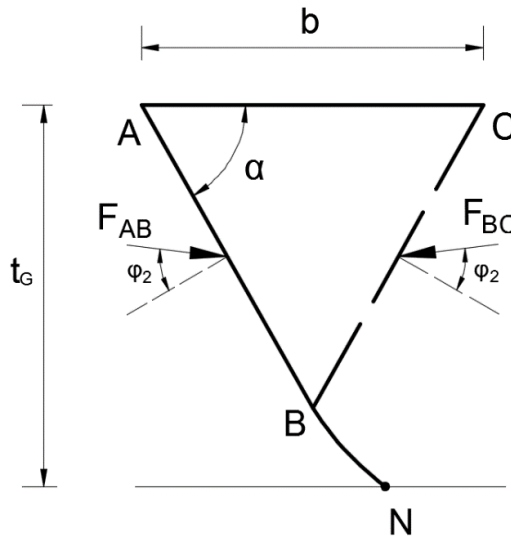


Abbildung 6.3: Zusätzliche Kräfte auf der aktiven Gleitfläche infolge des ‚negative friction effect‘ mit Bewehrung in der Übergangszone

6.2 Vergleich der Tragfähigkeitserhöhung ΔQ_t nach der FEM und dem analytischen Verfahren

Unter der Annahme, dass die Bewehrung keinen Einfluss auf den gesamten Bruchmechanismus hat, wird die mögliche Veränderung des Bruchmechanismus vom analytischen Berechnungsansatz nicht berücksichtigt, von den numerischen Verfahren hingegen gerechnet, weswegen die Vergleiche der Bruchmechanismen nach analytischen Verfahren und der FEM nicht durchgeführt werden. Nur die mit dem analytischen Verfahren berechnete Tragfähigkeitserhöhung ΔQ_t wird mit den Ergebnissen nach numerischer Berechnung (FEM) verglichen. Die Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge der Bewehrung ist theoretisch abhängig von deren Bemessungswiderstand (Zugfestigkeit oder Herauszieh Widerstand). Der Herauszieh Widerstand hängt von der Tiefe (ggf. seitlichen Auflast) und Einbindelänge der Bewehrung ab, wobei die Einbindelänge der Breite des Gründungspolsters (b_G) entspricht. Um einen relativ großen Herauszieh Widerstand zu erhalten, werden die Vergleiche zwischen analytischen Verfahren und numerischen Berechnungen mit

dem Gründungspolster $b_G = 3b = 6 \text{ m}$ und einer seitlichen Auflast $q = 10 \text{ kN/m}^2$ durchgeführt. Zunächst wird die Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge einer einzelnen Bewehrungsanlage analysiert. Für die numerische Berechnung wird vereinfachend der vollkommene Verbund zwischen Boden und Bewehrung angenommen, wofür kein Interface-Element im FEM-Modell benötigt wird. Diese Annahme wurde von Ruiken (2013) für die numerischen Vergleichsberechnungen mit Beobachtung der Tragfähigkeitserhöhung im Laborversuch formuliert. Damit stimmt die Tragfähigkeitserhöhung nach der numerischen Berechnung mit der aus Laborversuchen überein. Die in den numerischen Berechnungen angegebene Zugfestigkeit der Bewehrung wird in den analytischen Berechnungen als Langzeitfestigkeit R_{Bi} angegeben. Abbildung 6.4 stellt die Ergebnisse der numerischen und analytischen Berechnungen der bewehrten Gründungspolster mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $t_G = b = 2 \text{ m}$, $b_G = 6 \text{ m}$ und die Tiefe der Bewehrung gleich $h_i = 0,3 \text{ m}$ und $0,6 \text{ m}$ dar.

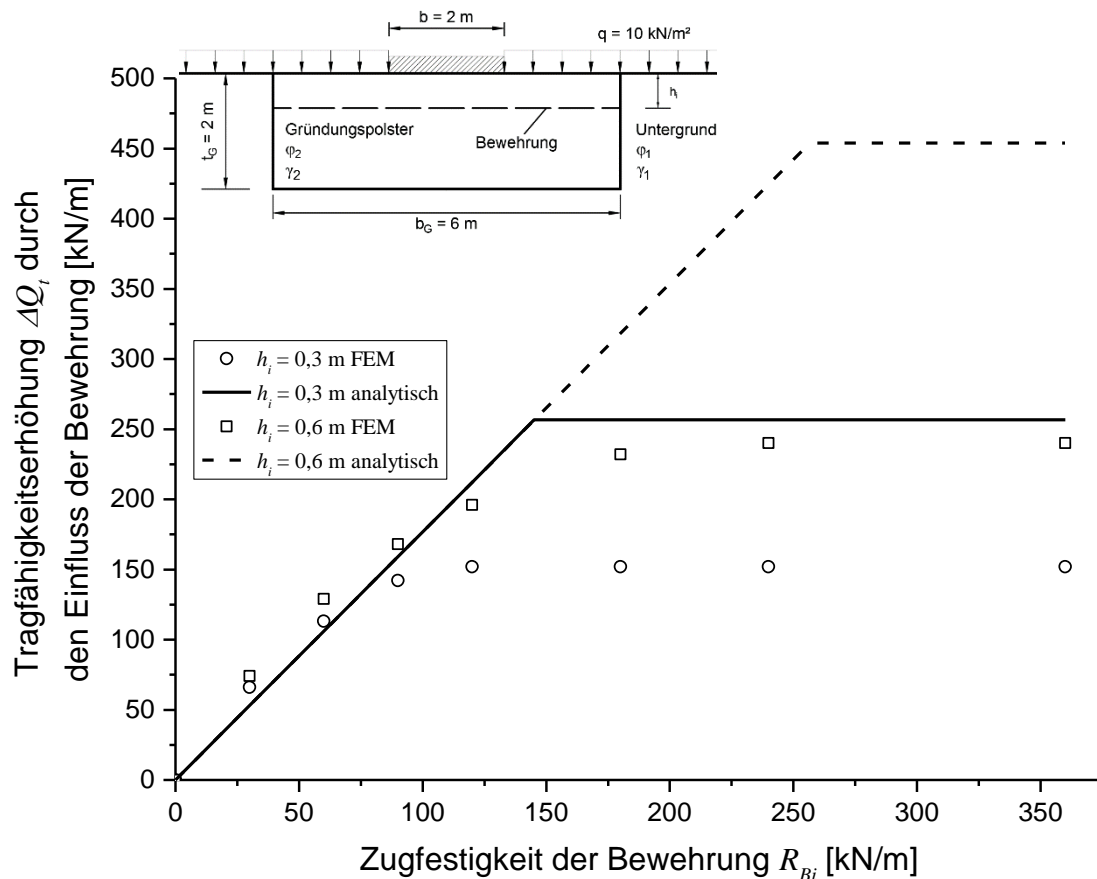


Abbildung 6.4: Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge einer Bewehrungsanlage nach der FEM und analytischen Berechnung für den bewehrten Gründungspolster mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $q = 10 \text{ kN/m}^2$, $t_G = b = 2 \text{ m}$ und $b_G = 6 \text{ m}$

Die Grundbruchwiderstandserhöhungen ΔQ_i nach dem analytischen Ansatz steigen für beide Fälle erst mit der Zunahme der Zugfestigkeit der Bewehrung ($R_{Bi} = 30, 60, 90, 120, 180, 240$

und 360 kN/m). ΔQ_t bleibt konstant nach dem Erreichen des Herausziehwiderstands R_{Ai} . Für die analytische Berechnung des Herausziehwiderstands wird der Verbundbeiwert mit $\lambda = 1$ (vollkommene Verbund) angenommen. ΔQ_t wird bei der Bestimmung der charakteristischen Vertikalkraft auf der Bewehrung zwischen Bruchkeil und Fundamentgrundrisskante nicht berücksichtigt. Der Herausziehwiderstand R_{Ai} für die Bewehrungsanlage mit $h_i = 0,3 \text{ m}$ beträgt $145,10 \text{ kN/m}$ und ist für $h_i = 0,6 \text{ m}$ gleich $256,64 \text{ kN/m}$. Damit wird $\Delta Q_{t,i}$ als $256,56 \text{ kN/m}$ und $453,78 \text{ kN/m}$ berechnet. Die mit der FEM ermittelte ΔQ_t zeigt bei Zunahme der Zugfestigkeit der Bewehrung nahezu die identische Tendenz wie bei Bestimmung nach dem analytischen Ansatz mit relativ kleinen Zugfestigkeit ($R_{Bi} \leq 100 \text{ kN/m}$). Die maximalen ΔQ_t nach der numerischen Berechnungen betragen 152 kN/m und 240 kN/m und sind deutlich kleiner als die maximalen Ergebnisse des analytischen Verfahrens, die mit dem Herausziehwiderstands R_{Ai} berechnet werden.

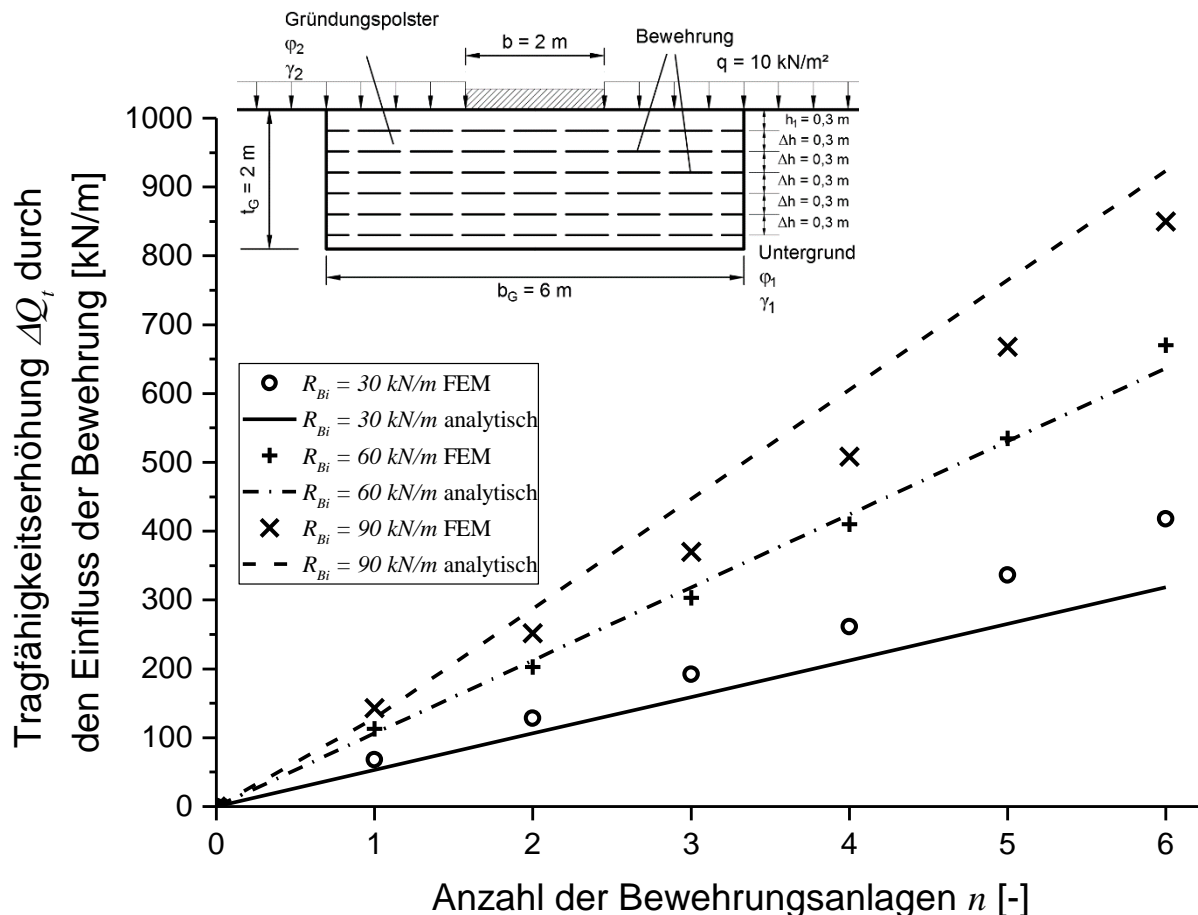


Abbildung 6.5: Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge mehrerer Bewehrungsanlagen nach der FEM und analytischen Berechnung für den bewehrte Gründungspolster mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $q = 10 \text{ kN/m}^2$, $t_G = 2 \text{ m}$ und $b_G = 6 \text{ m}$

In der Praxis werden normalerweise mehrere Bewehrungsanlagen in ein Gründungspolster eingebaut. Für die weiteren Vergleichsberechnungen werden Gründungspolster mit mehreren

Bewehrungsanlagen angenommen. Für ein bewehrtes Gründungspolster wird nur ein Bewehrungsprodukt (R_{Bi} wird festgelegt) zum Einsatz gebracht. Abbildung 6.5 stellt die Ergebnisse der Tragfähigkeitserhöhung ΔQ_t der FEM und analytischen Berechnungen mit bis zu 6 Bewehrungsanlagen ($R_{Bi} = 30, 60$ und 90 kN/m), die nach der Bewehrungsordnung nach EBGeo (2009) ($0,15 \text{ m} \leq \Delta h < 0,4 \text{ m}$) mit $\Delta h = 0,3 \text{ m}$ geordnet sind, für das Gründungspolster mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $q = 10 \text{ kN/m}^2$, $t_G = 2 \text{ m}$ und $b_G = 6 \text{ m}$ dar. Wenn die Bewehrung eine relativ kleine Zugfestigkeit ($R_{Bi} = 30 \text{ kN/m}$) aufweist, liegen die Ergebnisse des analytischen Verfahrens immer auf der sicheren Seite. Das analytische Verfahren führt zu höheren Werten für die Bewehrung mit relativ großer Zugfestigkeit ($R_{Bi} = 90 \text{ kN/m}$) als die FEM. Für die Bewehrung mit $R_{Bi} = 60 \text{ kN/m}$ sind die gesamte Erhöhung des Grundbruchwiderstands ΔQ_t sowie die Erhöhung infolge einer weiteren Bewehrungsanlage $\Delta Q_{t,i}$ (Steigung) nach den beiden Verfahren nahezu identisch.

Die in Abbildung 6.4 und Abbildung 6.5 dargestellten Vergleiche verdeutlichen, dass die Werte für ΔQ_t nach dem analytischen Verfahren mit relativ großer Zugfestigkeit der Bewehrung R_{Bi} größer als die Ergebnisse nach der FEM sind. Damit die Ergebnisse des analytischen Verfahrens weiter als gesichert angenommen werden können, wird hierbei mit der Gleichung (6.30) die zusätzliche Bedingung der maximalen zulässigen Zugfestigkeit der Bewehrung $R_{Bi,max}$ für das analytische Verfahren angegeben:

$$R_{Bi} \leq R_{Bi,max} = \frac{R_{GP-unbewehrt}}{b} \cdot 15\% \cdot [1\text{m}] \quad (6.30)$$

Tabelle 6.1: $R_{Bi,max}$ für das bewehrte Gründungspolster mit $t_G = b = 2 \text{ m}$, $b_G = 6 \text{ m}$, $q = 10 \text{ kN/m}^2$ und verschiedene Bodenmaterialien

φ_1 [°]	γ_1 [kN/m ³]	φ_2 [°]	γ_2 [kN/m ³]	$R_{GP-unbewehrt}$ [kN/m]	$R_{Bi,max}$ nach (6.30) [kN/m]
40	20	25	18,5	1229,76	92,23
35	19,5	25	18,5	1044,30	78,32
40	20	20	18	760,02	57,00
35	19,5	20	18	660,82	49,56
40	20	15	17	458,06	34,35
35	19,5	15	17	400,22	30,02

Unter dieser Bedingung wird die maximale Zugfestigkeit der Bewehrung für verschiedene Fälle aus Tabelle 6.1 berechnet. Die Vergleiche der ΔQ_t mit dem $R_{Bi,max}$ nach dem analytischen Verfahren und der FEM werden in Abbildung 6.6 dargestellt.

Abbildung 6.6 zeigt, dass die Tendenzen der Tragfähigkeitserhöhung ΔQ_t infolge der Zunahme der Anzahl der Bewehrungsanlagen nach dem analytischen Verfahren und der FEM identisch sind. Die Ergebnisse nach dem analytischen Verfahren für Fälle mit $\varphi_1 \geq 20^\circ$ liegen fast immer auf der sicheren Seite. Nur wenn der Untergrund aus sehr weichem Material ($\varphi_1 = 15^\circ$) besteht, sind die ΔQ_t nach der FEM kleiner als die nach dem analytischen Verfahren. Die Abweichungen zwischen den Ergebnissen sind für das Gründungspolster mit 6 Bewehrungsanlagen vernachlässigbar.

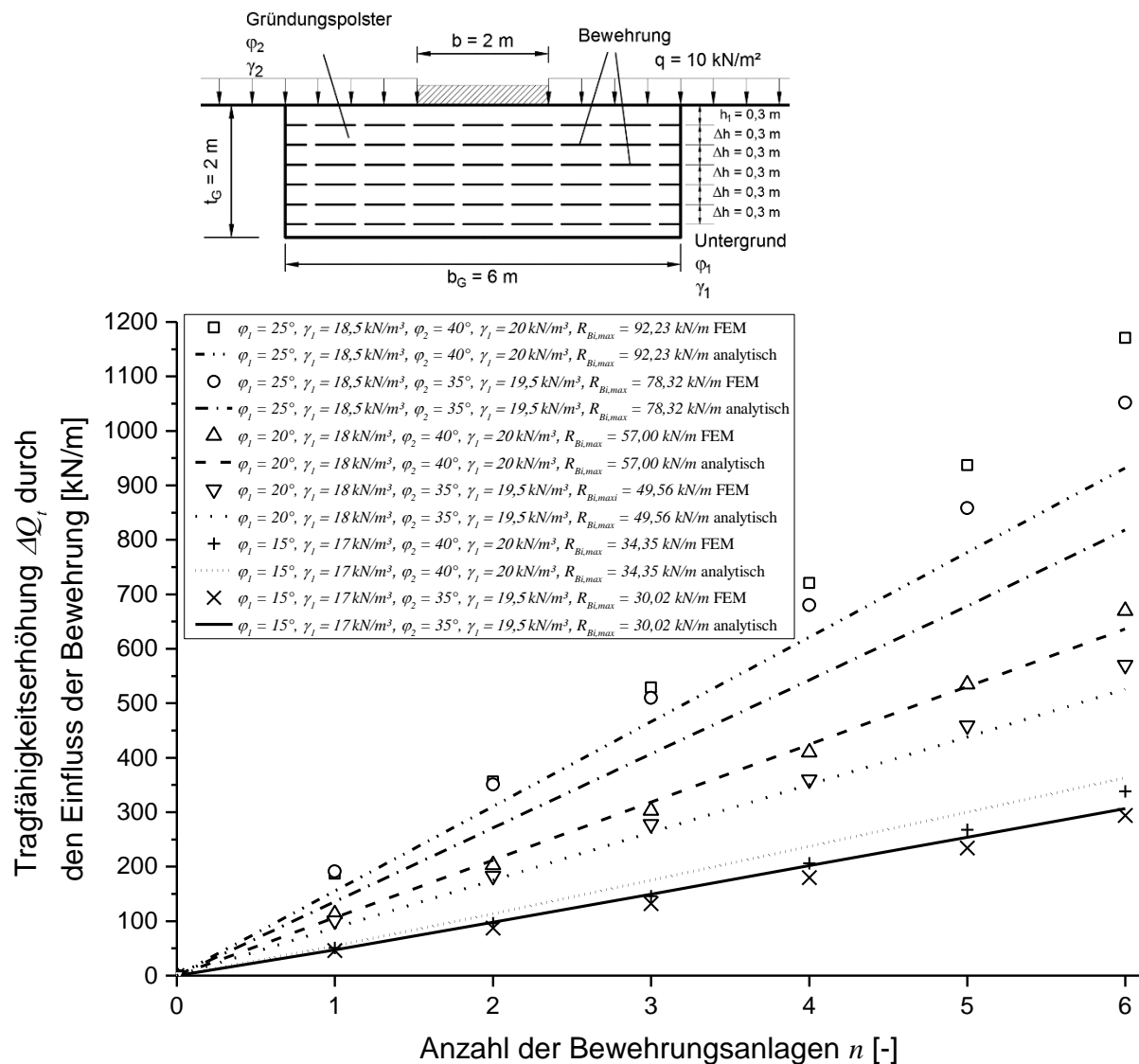


Abbildung 6.6: Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge mehrerer Bewehrungsanlagen nach der FEM und analytischen Berechnung für den bewehrte Gründungspolster mit $t_G = b = 2\text{ m}$, $b_G = 6\text{ m}$, $q = 10\text{ kN/m}^2$ und verschiedene Bodenmaterialien

Die seitliche Auflast q hat ebenfalls Einfluss auf den Grundbruchwiderstand des Gründungspolsters – damit verändert sich die maximale Zugfestigkeit der Bewehrung $R_{Bi,max}$. Abbildung 6.7 stellt die Vergleiche der ΔQ_t nach dem analytischen Verfahren und der FEM für das Gründungspolster mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $t_G = 2 \text{ m}$, $b_G = 6 \text{ m}$ und $q = 10, 20 \text{ und } 30 \text{ kN/m}^2$ dar. Mit verschiedenen q ergeben sich $R_{GP- unbewehrt}$ von $380,01 \text{ kN/m}^2$ ($q = 10 \text{ kN/m}^2$), $482,11 \text{ kN/m}^2$ ($q = 20 \text{ kN/m}^2$) und $579,71 \text{ kN/m}^2$ ($q = 30 \text{ kN/m}^2$). Folglich berechnen sich $R_{Bi,max}$ nach der Gleichung (6.30) zu $57,00 \text{ kN/m}$ ($q = 10 \text{ kN/m}^2$), $72,32 \text{ kN/m}$ ($q = 20 \text{ kN/m}^2$) und $86,96 \text{ kN/m}$ ($q = 30 \text{ kN/m}^2$). Abbildung 6.7 zeigt eine gute Übereinstimmung der ΔQ_t mit $R_{Bi,max}$ für verschiedene seitliche Auflasten q nach den beiden Verfahren.

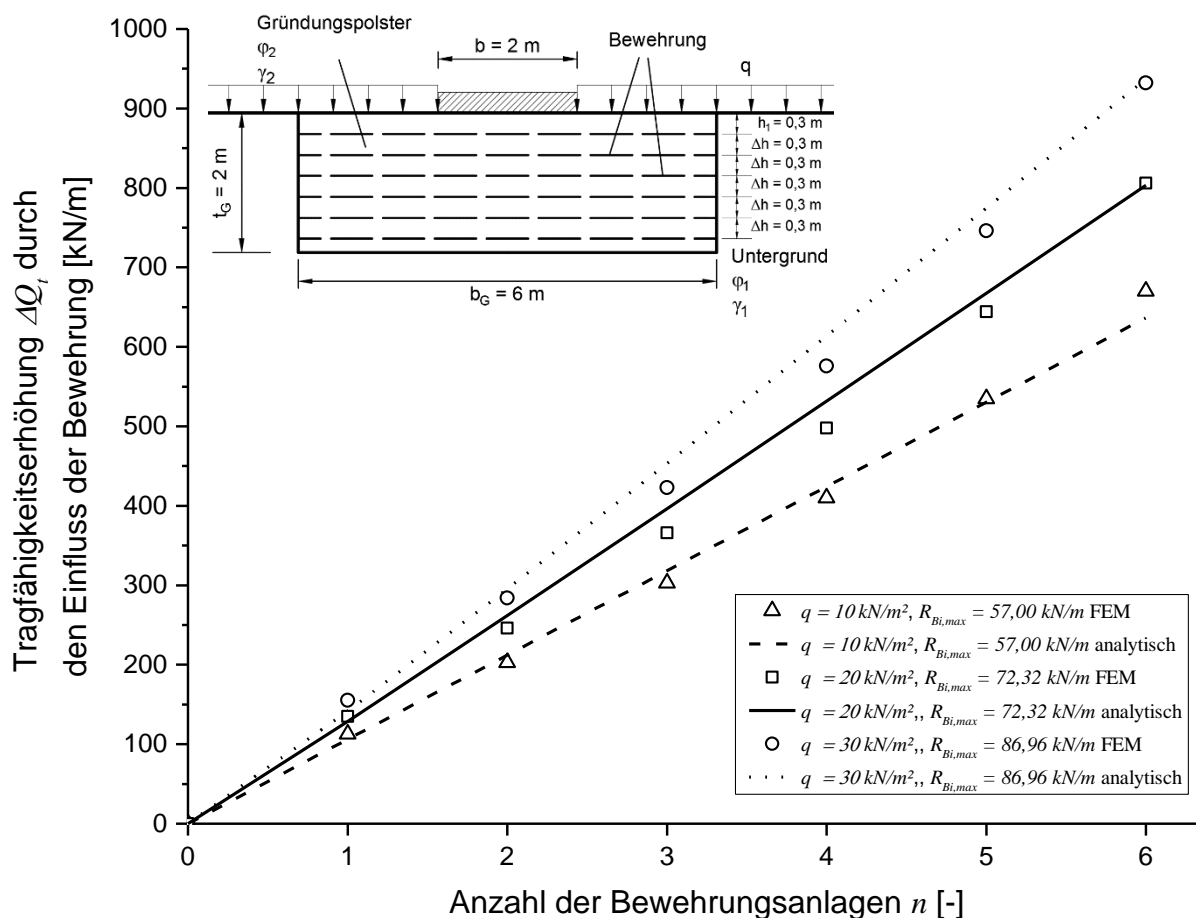


Abbildung 6.7: Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge mehrerer Bewehrungsanlagen nach der FEM und analytischen Berechnung für den bewehrten Gründungspolster mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $t_G = 2 \text{ m}$, $b_G = 6 \text{ m}$ und $q = 10, 20 \text{ und } 30 \text{ kN/m}^2$

6.3 Fazit

Ein neues analytisches Verfahren zur Bestimmung der Erhöhung des Grundbruchwiderstands eines bewehrten Gründungspolsters infolge der Bewehrung ohne Berücksichtigung ihres

Einflusses auf den Bruchmechanismus wurde im vorliegenden Kapitel entwickelt. Mithilfe des Bruchmechanismus nach dem in Kapitel 5 vorgestellten Verfahren für das unbewehrte Gründungspolster wird die Einwirkung der einzelnen Bewehrung ($\Delta Q_{t,i}$) in Abhängigkeit von der Tiefe der Bewehrungsebene (h_i) durch Betrachtung sowohl des Kraftgleichgewichts als auch des Momentengleichgewichts des gesamten Gründungspolsters bestimmt. Die gesamte Erhöhung des Grundbruchwiderstands (ΔQ_t) wird dann durch die Summe von $\Delta Q_{t,i}$ berechnet.

Nach den umfangreichen Vergleichen zwischen den Ergebnissen des analytischen Verfahrens und der FEM wird die zusätzliche Bedingung der maximalen Zugfestigkeit der Bewehrung $R_{Bi,max}$ nach der Gleichung (6.30) angegeben. Unter dieser Bedingung stimmen die Ergebnisse nach den beiden Verfahren gut miteinander überein, wobei die Ergebnisse des analytischen Verfahrens grundsätzlich als gesichert angenommen werden können.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird ein neuer analytischer Berechnungsansatz zur Bestimmung des Grundbruchwiderstands einer Flachgründung auf unbewehrtem und bewehrtem Gründungspolster entwickelt. Dieser basiert theoretisch auf funktionsfähigen kinematisch zulässigen Bruchmechanismen. Die Bestimmung des Grundbruchwiderstands erfolgt mittels der Ableitung nach sowohl dem Kraftgleichgewicht als auch dem Momentengleichgewicht des maßgebenden Bruchmechanismus. Mithilfe der Ergebnisse aus den numerischen Berechnungen (FEM und KEM) wurden die analytischen Berechnungsansätze verifiziert.

Eine umfangreiche Literaturrecherche gibt in Kapitel 2 einen Überblick über die vorhandenen analytischen Verfahren zur Berechnung des Grundbruchwiderstands der Flachgründung auf homogenem, inhomogenem und bewehrtem Untergrund. Nach der Zusammenfassung der in der Literatur beschriebenen Berechnungsverfahren für die homogenen Fälle wird ersichtlich, dass es zurzeit noch keinen allgemein gültigen Bruchmechanismus zur Beurteilung des Grundbruchwiderstands infolge des Bodeneigengewichtes gibt und die vorgestellten Verfahren grundsätzlich auf der Superpositionsmethode nach Terzaghi (1943) basieren. Die Verfahren für den inhomogenen Untergrund (ggf. Gründungspolster), die durch Erweiterung des Berechnungsverfahrens für den homogenen Untergrund entwickelt wurden, sind damit theoretisch nicht nachvollziehbar. Die Verfahren zur Berechnung der Einwirkung der Bewehrung auf dem Grundbruchwiderstand basieren grundsätzlich auf dem Bruchmechanismus des unbewehrten Untergrunds. Aus der Auswertung der vorhandenen Literatur ergibt sich die Anforderung zur Bestimmung funktionsfähiger Bruchmechanismen für verschiedene Untergrundverhältnisse als wichtigstes Thema für die Grundbruchwiderstandsberechnung.

Die theoretischen Grundlagen zur Beschreibung der kinematisch zulässigen Bruchmechanismen nach der Plastizitätstheorie werden in Kapitel 3 vorgestellt. Dabei wird auf die Basisformen der Gleitflächen des gesamten Bruchmechanismus, nämlich *Translation* und *Rotation* eingegangen. Weiters wird die Anwendung der numerischen Methoden (FEM und KEM) für die Berechnung des Grundbruchwiderstands vorgestellt und die Einstellung der Software beschrieben.

Auf Basis der in Kapitel 3 vorgestellten Grundlagen wird in Kapitel 4 ein funktionsfähiger Bruchmechanismus für den homogenen Untergrund entwickelt. Dieser gilt für die Berechnung des Grundbruchwiderstands unter Berücksichtigung verschiedener Parameter (seitliche Auflast q , Kohäsion c und Bodeneigengewicht γ). Die Bestimmung der Tragfähigkeitsbeiwerte nach dem sogenannten Kriterium ‚Individuelles Minimums‘ erfolgt durch Ableitung des

ungünstigsten Bruchmechanismus unter Berücksichtigung eines einzelnen Parameters. Die erhaltenen Werte stimmen mit denen nach DIN 4017 (2006) überein. Einerseits ist der maßgebende Bruchmechanismus der Tragfähigkeitsbeiwerte $N_{d,IM}$ und $N_{c,IM}$ abweichend vom maßgebenden Bruchmechanismus des Tragfähigkeitsbeiwertes $N_{b,IM}$. Andererseits ist der nach der Superpositionsmethode mit $N_{i,IM}$ berechnete gesamte Grundbruchwiderstand R_S konservativ. Um dieses Problem zu lösen wurde ein neuer Ansatz mit einem einheitlichen Bruchmechanismus zur Bestimmung des gesamten Grundbruchwiderstands entwickelt. Dieser Grundbruchwiderstand (R_{GM}) wird mit den nach dem einheitlichen Bruchmechanismus abgeleiteten Tragfähigkeitsbeiwerte ($N_{i,GM}$) nach dem Kriterium ‚Globales Minimum‘ berechnet. Sowohl der maßgebende Bruchmechanismus als auch der daraus mit $N_{i,GM}$ ermittelte gesamte Grundbruchwiderstand werden nach umfangreichen Vergleichen mit den Ergebnissen der numerischen Berechnungen verifiziert.

Zwei Bruchmechanismen, nämlich *GP-I* und *GP-II* zur Bestimmung des Grundbruchwiderstandes werden in Kapitel 5 unter Berücksichtigung der Geometrie des unbewehrten Gründungspolsters entwickelt. Mit dem in Abbildung 5.38 dargestellten Berechnungsprozess wird der gesamte Grundbruchwiderstand eines Gründungspolsters mit dem maßgebenden Bruchmechanismus berechnet. Die Verifizierung des neuen analytischen Verfahrens wird mittels der Ergebnisse der FEM-Berechnungen (Bruchmechanismus und Grundbruchwiderstand) mit zahlreichen Variationen der Geometrie und des Bodenmaterials des Gründungspolsters durchgeführt.

Die Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge einer Bewehrung $\Delta Q_{t,i}$ kann mit dem in Kapitel 6 entwickelten Ansatz ohne Berücksichtigung ihres Einflusses auf den Bruchmechanismus berechnet werden. Die Berechnung der Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge mehrerer Bewehrungsanlagen erfolgt mit der Summe von $\Delta Q_{t,i}$. Nach dem Vergleich mit den Ergebnissen der FEM-Berechnung wird die zusätzliche Bedingung der maximalen Zugfestigkeit der Bewehrung für die analytische Berechnung angegeben, wodurch die Ergebnisse des analytischen Verfahrens grundsätzlich als gesichert angenommen werden können.

Die Berechnung des Grundbruchwiderstands des homogenen Untergrunds sowie des unbewehrten und bewehrten Gründungspolsters kann mit den in der vorliegenden Arbeit entwickelten Berechnungsansätzen durchgeführt werden. Ein Fallbeispiel ist dem Anhang VI zu entnehmen. Bei der Bearbeitung der vorgestellten Thematik ergaben sich einige Fragestellungen, die in der weiteren Forschung in Zukunft betrachtet werden sollten.

Die Verifizierungen der neu entwickelten Berechnungsansätze in dieser Arbeit wurden nur mit den ausgewählten Parameterkombinationen (Geometrien und Bodenmaterialien) durch

Vergleiche mit den numerischen Methoden (FEM und KEM) durchgeführt. Es wird empfohlen, die numerischen Berechnungen mit weiteren Parameterkombinationen umzusetzen und mit den Ergebnissen der analytischen Berechnungsansätze zu vergleichen. Zur Verifizierung der Allgemeingültigkeit der analytischen Berechnungsansätze sind auch Labor- und Feldversuche im Hinblick auf die praktische Anwendung wünschenswert.

Die in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Berechnungsansätze des Grundbruchwiderstands sind für Fälle unter mittiger, senkrechter Belastung auf dem Streifenfundament entwickelt – eine Erweiterung der vorgestellten Berechnungsansätze unter Berücksichtigung des maßgebenden Bruchmechanismus ermöglicht unter Umständen auch die analytische Berechnung des Grundbruchwiderstands einer Flachgründung mit geneigten und aus mittigen Belastungen.

Eine weitere Entwicklung des Berechnungsansatzes zur Berechnung des Grundbruchwiderstands des geschichteten Untergrunds nach der Vorgehensweise dieser Arbeit ist denkbar, wobei eine Betrachtung des möglichen ungeraden passiven Gleitkeiles notwendig ist.

Der Berechnungsansatz der Bewehrungseinwirkung gilt theoretisch auch für die Berechnung des Grundbruchwiderstands eines bewehrten homogenen Untergrunds. Jedoch ist die Vernachlässigung des Einflusses der Bewehrung auf den gesamten Bruchmechanismus immer noch ein Schwachpunkt des analytischen Ansatzes. Für die weitere Forschung ist die genaue Beschreibung der Veränderung des Bruchmechanismus infolge der Bewehrung erforderlich, diesbezüglich ist eine detaillierte Analyse der Ergebnisse bzw. des Versagensmechanismus nach den numerischen Berechnungen und Versuchen notwendig.

8 Literaturverzeichnis

- Adams, M.T., and Collin, J.G. 1997. Large Model Spread Footing Load Tests On Geosynthetic Reinforced Soil Foundations. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **123**(1): 66–72. doi:10.1061/(ASCE)1090-0241(1997)123:1(66).
- Arens, E. 1975. Dissertation: Ebene Grundbruchversuche mit Lotrecht und schräg belasteten Streifengründungen. Aachen, Techn. Hochsch.
- Arnold, A. 2011. Dissertation: Tragverhalten von nicht starren Flachfundationen unter Berücksichtigung der lokalen Steifigkeitsverhältnisse. ETH Diss. Nr. 19516.
- Van Baars, S. 2016. 100 Year Prandtl's Wedge - Intermediate Report. University of Luxembourg, Luxembourg. Available from <http://hdl.handle.net/10993/28034>.
- Bathe, K.-J. 1982. Finite element procedures in engineering analysis. Prentice-Hall, New Jersey. doi:10.1115/1.3264375.
- Beutinger, P.H. 2005. Dissertation: Ein geotechnischer Beitrag zur Standsicherheit mobiler Baumaschinen. Universität Stuttgart.
- Binquet, J., and Lee, K.L. 1975. Bearing Capacity Tests on Reinforced Earth Slabs. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, **101**(12): 1241–1255. ASCE.
- Bishop, A.W. 1955. The use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Slopes. *Géotechnique*, **5**(1): 7–17. Thomas Telford Ltd. doi:10.1680/geot.1955.5.1.7.
- BR 470. 2004. Working platforms for tracked plant: good practice guide to the design, installation, maintenance and repair of ground-supported working platforms. *In* Building Research Establishment, Warford.
- Brinch-Hansen, J. 1970. A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity. The Danish Geotechnical Institute, (8).
- Buisman, A.S.K. 1940. Grondmechanica. Waltman, Delft.
- Caquot, A., and Kerisel, J. 1949. *Traité de mécanique des sols*,. *In* 2. éd. Gauthier-Villars, Paris.
- Chen, Q. 2007. Dissertation: An experimental study on characteristics and behavior of reinforced soil foundation. Louisiana State University.
- Chen, Q., and Abu-Farsakh, M. 2015. Ultimate bearing capacity analysis of strip footings on reinforced soil foundation. *Soils and Foundations*, **55**(1): 74–85. Elsevier. doi:10.1016/j.sandf.2014.12.006.

- Chen, W.-F. 1975. Limit analysis and soil plasticity. *In* Elsevier Science Publishing Company. Elsevier Scientific Pub. Co, Amsterdam, The Netherlands.
- Das, B.M. 2009. Shallow Foundations bearing capacity and settlement. *In* CRC Press. doi:10.1007/978-94-007-1312-3_9.
- Diaz-Segura, E. 2013. Assessment of the range of variation of N_y from 60 estimation methods for footings on sand. *Canadian Geotechnical Journal*, **800**: 793–800. NRC Research Press. doi:dx.doi.org/10.1139/cgj-2012-0426.
- DIN 1054. 2010. Baugrund – Sicherheitsnachweise im Erd und Grundbau – Ergänzende Regelungen zu DIN EN 1997-1. DIN Deutsches Institut für Normung e. V.
- DIN 4017. 1979. Baugrund: Grundbruchberechnungen von lotrecht mittig belasteten Flachgründungen. DIN Deutsches Institut für Normung e. V.
- DIN 4017. 2006a. Baugrund - Berechnung des Grundbruchwiderstands von Flachgründungen. DIN Deutsches Institut für Normung e. V.
- DIN 4017. 2006b. DIN 4017, Beiblatt 1: Baugrund - Berechnung des Grundbruchwiderstands von Flachgründungen -Berechnungsbeispiele. DIN Deutsches Institut für Normung e. V.
- DIN 4084. 2009. Baugrund - Geländebruchberechnungen. DIN Deutsches Institut für Normung e. V.
- DIN 4085. 2017. Baugrund - Berechnung des Erddrucks. DIN Deutsches Institut für Normung e. V.
- DIN EN 1997-1. 2014. Eurocode 7 - Entwurf, Berechnung und Bemessung in der Geotechnik - Teil 1: Allgemeine Regeln.
- Drucker, D.C., and Prager, W. 1952. Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design. *Quarterly of Applied Mathematics*, **10**(2): 157–165. doi:10.1090/qam/48291.
- EBGEO. 2009. Empfehlungen für den Entwurf und die Berechnung von Erdkörpern mit Bewehrungen aus Geokunststoffen-- (EBGEO). *In* 2. Aufl. Ernst & Sohn.
- Emersleben, A., Gröger, D., and Chen, C. 2014. Limitations of the EBGEO on the bearing capacity of reinforced footings. *In* 10th International Geosynthetic Conference (ICG). Berlin.
- Griffiths, D. V. 1982a. Computation of bearing capacity factors using finite elements. *Géotechnique*, **32**(3): 195–202. doi:10.1680/geot.1982.32.3.195.
- Griffiths, D. V. 1982b. Computation of bearing capacity on layered soils. *In* Proceedings of the fourth international conference on numerical methods in geomechanics. pp. 163–170.

- Gußmann, P. 1982. Kinematical elements for soils and rocks. *In* Numerical methods in geomechanics. Proc. 4th international conference, Edmonton, 1982. Volume 1.
- Gußmann, P. 1986. Die Methode der kinematischen Elemente. *In* Technical Report 25, Baugrund-institut für Grundbau und Bodenmechanik, Universität Stuttgart.
- Gußmann, P. 2000. Effective KEM solutions for the limit load and the slope stability problem. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **24**(14): 1061–1077. doi:10.1002/1096-9853(20001210)24:14<1061::AID-NAG111>3.0.CO;2-8.
- Handbuch, F.-G. 2017. Handbuch V.3.3 FIDES-GeoStability.
- Hill, R. 1951. On the State of Stress in a Plastic-Rigid Body at the Yield Point. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science: Series 7*, **42**(331): 868–875. doi:https://doi.org/10.1080/14786445108561315.
- Hintner, J. 2008. Dissertation: Analyse der Fundamentverschiebungen infolge vertikaler und geneigter Belastung. Universität Stuttgart. Mitteilung 57.
- Hijaj, M., Lyamin, A. V., and Sloan, S.W. 2005. Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor N_γ . *International Journal of Solids and Structures*, **42**(5–6): 1681–1704. doi:10.1016/j.ijsolstr.2004.08.002.
- Janbu, N. 1954. Application of composite slip surfaces for stability analysis. *In* Proceedings of the European Conference on Stability of Earth Slopes. Stockholm, Sweden. pp. 43–49.
- Karman, T. v. 1926. Erddruck. *In* Proceedings of the International. Congress of Applied Mechanics, **23**(Zurich).
- Kempfert, H.-G., and Raithel, M. 2012a. Geotechnik nach Eurocode Band 2: Grundbau: Grundlagen, Nachweise, Berechnungsbeispiele Bauwerk-Basis-Bibliothek. Beuth.
- Kempfert, H.-G., and Raithel, M. 2012b. Geotechnik nach Eurocode Band 1: Bodenmechanik : Grundlagen, Nachweise, Berechnungsbeispiele. Beuth.
- Lundgren, H., and Mortensen, K. 1953. Determination by the theory of plasticity of the bearing capacity of continuous footings on sand. *In* Proceedings of the 3rd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. pp. 409–412.
- Merifield, R.S., Sloan, S.W., and Yu, H.S. 1999. Rigorous plasticity solutions for the bearing capacity of two-layered clays. *Géotechnique*, **49**(4): 471–490. doi:10.1680/geot.1999.49.4.471.
- Meyerhof, G.G. 1951. The Ultimate Bearing Capacity of Foudations. *Géotechnique*, **2**: 301–332. doi:10.1680/geot.1951.2.4.301.

- Meyerhof, G.G. 1963. Some Recent Research on the Bearing Capacity of Foundations. Canadian Geotechnical Journal, **1**(1): 16–26. doi:10.1139/t63-003.
- Meyerhof, G.G., and Hanna, A.M. 1978. Ultimate bearing capacity of foundations on layered soils under inclined load. Canadian Geotechnical Journal, **15**: 565–572. doi:10.1139/t78-060.
- Michalowski, R.L. 1997. An Estimate of the Influence of Soil Weight on Bearing Capacity Using Limit Analysis. SOILS AND FOUNDATIONS, **37**(4): 57–64. doi:10.3208/sandf.37.4_57.
- Michalowski, R.L. 2004. Limit Loads on Reinforced Foundation Soils. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, **130**(4): 381. doi:10.1061/(ASCE)1090-0241(2004)130:4(381).
- Muhs, H. 1971. Die experimentelle Untersuchung der Grenztragfähigkeit nichtbindiger Böden bei lotrecht mittiger Belastung. Mitteilungen der Deutschen Forschungsgesellschaft für Bodenmechanik (Degebo), **27**.
- Muhs, H., and Weiss, K. 1971. Untersuchung von Grenztragfähigkeit und Setzungsverhalten flachgegründeter Einzelfundamente im ungleichförmigen nichtbindigen Boden. W. Ernst, Berlin, München, Düsseldorf.
- Naujoks. 1963. Über die Tragfähigkeit von mittig, vertikal belasteten Flachgründungen im Sand, Berichte aus der Bauforschung. Berichte aus der Bauforschung, **32**: 1–101.
- Ohde. 1938. Zur Theorie des Erddruckes unter besonderer Berücksichtigung der Erddruckverteilung. DIE BAUTECHNIK, **16**(42): 570–571.
- Perau, E. 1995. Dissertation: Ein systematischer Ansatz zur Berechnung des Grundbruchwiderstands von Fundamenten. Universität - Gesamthochschule Essen. Band 19.
- PLAXIS 2D. 2017. PLAXIS 2D Reference Manual. Plaxis bv, 2628 Delft, The Netherlands,.
- Potts, D.M., and Zdravkovic, L. 2001. Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering: Volume two - Application. Thomas Telford Ltd, London.
- Prandtl, L. 1920. Über die Härte plastischer Körper. Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse, 74–85.
- Prandtl, L. 1921. Hauptaufsätze: Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, **1**(1): 15–20. doi:10.1002/zamm.19210010102.

- Raes, P.E. 1941. Het oppersingsvraagstuk bij een strookvormig fundament. Technisch-Wetenschappelijk Tijdschrift, **10**: 261–263.
- Reissner, H. 1924. Zum Erddruckproblem. Proceedings of the First International Congress of Applied Mechanics,,: 295–311.
- Ruiken, A. 2013. Dissertation: Zum Spannungs-Dehnungsverhalten des Verbundbaustoffs „geogitterbewehrter Boden“. Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen. Band 10.
- Schneider, K.-J., and Albert, A. 2010. Bautabellen für Ingenieure mit Berechnungshinweisen und Beispielen. *In* 19. Auflag. Werner Verl., Köln.
- Sharma, R., Chen, Q., Abu-Farsakh, M., and Yoon, S. 2009. Analytical modeling of geogrid reinforced soil foundation. Geotextiles and Geomembranes, **27**(1): 63–72. Elsevier Ltd. doi:10.1016/j.geotexmem.2008.07.002.
- Sokolovskii, V. V. 1965. Statics of granular media. Pergamon Press.
- Terzaghi, K. 1943. Theoretical Soil Mechanics. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA. doi:10.1680/geot.1964.14.1.1.
- TGL 11464/02. 1986. Erdstatische Berechnungsverfahren. Tragfähigkeit des Baugrundes bei Belastung durch Flächenfundamente. Verlag für Standasdisierung DDR., Leipzig.
- Valsangkar, A.J., and Meyerhof, G.G. 1979. Experimental study of punching coefficients and shape factor for two-layered soils. Canadian Geotechnical Journal, **16**(4): 802–805. NRC Research Press Ottawa, Canada. doi:10.1139/t79-086.
- Vesic, A.B. 1963. Bearing Capacity of Deep Foundations in Sand. VI Congreso Chileno de Geotechnica, (39): 112–153.
- Vollenweider, U.G. 1970. Dissertation: Beitrag zur Behandlung bodenmechanischer Grenzwertprobleme nach der Plastizitätstheorie. ETH Zürich, Diss. Nr. 4333.
- Vollenweider, U.G. 1984. Zur Traglastberechnung von Flachgründungen. Geotechnik, **7**(4): 203–213.
- Wayne, M.H., Han, J., and Akins, K. 1998. The Design of Geosynthetic Reinforced Foundations. ASCE.
- Wendt, D. 1990. Berechnung bewehrter und unbewehrter Gründungspolster nach TGL 11464/01 und /02. Bauplanung-Bautechnik, **44**(6): 274–277.
- Zienkiewicz, O.C., and Taylor, R.L. 2000. The Finite Element Method Volume 2: Solid Mechanics. *In* Fifth edit. Butterworth-Heinemann.

Anhang I Einfluss des E-Modules und der Querdehnungszahl bei der FEM-Berechnung

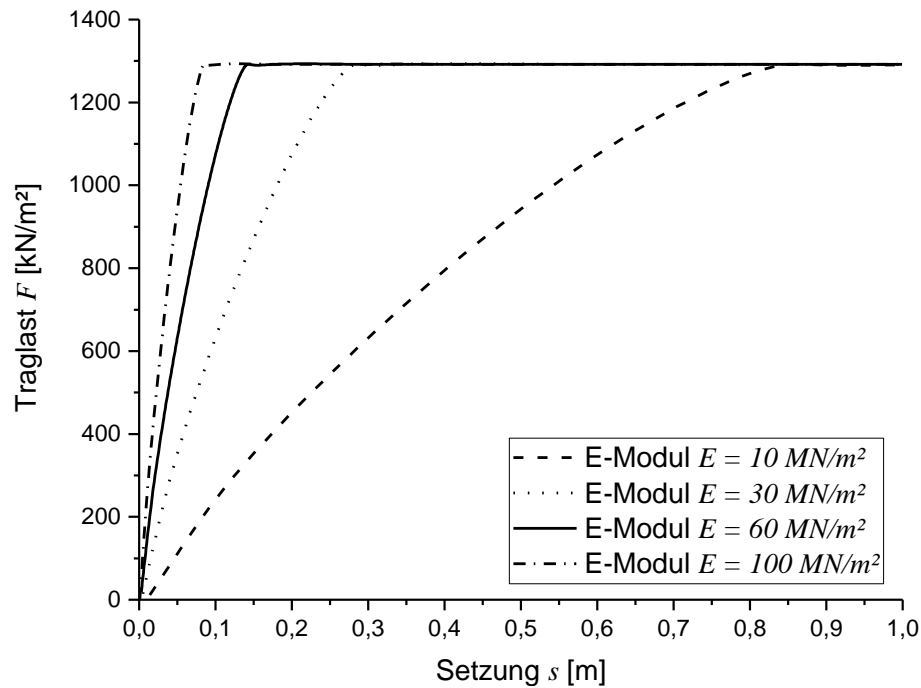


Abbildung I.1: Einfluss des E-Modules (E) des Bodenmaterials bei der FEM-Berechnung des Grundbruchwiderstands

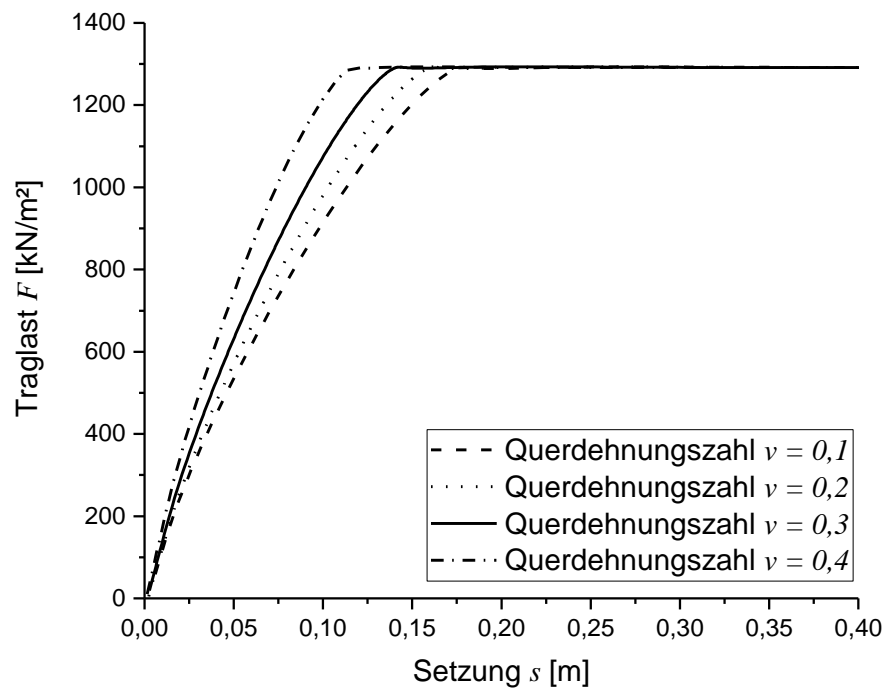


Abbildung I.2: Einfluss der Querdehnungszahl (ν) des Bodenmaterials bei der FEM-Berechnung des Grundbruchwiderstands

Anhang II Geometrie der logarithmischen Spirale

Flächengröße der logarithmischen Spirale

Flächengröße einer homogenen ebenen Fläche:

$$A = \int_0^\theta \int_0^r r dr d\theta \quad (\text{II.1})$$

Flächengröße der logarithmischen Spirale:

$$\begin{aligned} A_l &= \int_0^\theta \int_0^{r_0 e^{\theta \tan \varphi}} r dr d\theta = \int_0^\theta \int_0^{r_0 e^{\theta \tan \varphi}} r dr d\theta = \int_0^\theta \left[\frac{1}{2} r^2 \right]_0^{r_0 e^{\theta \tan \varphi}} d\theta \\ &= \int_0^\theta \frac{1}{2} r_0^2 e^{2\theta \tan \varphi} d\theta = \frac{1}{2} r_0^2 \left[\frac{1}{2 \tan \varphi} e^{2\theta \tan \varphi} \right]_0^\theta \\ &= \frac{1}{2} r_0^2 \left(\frac{1}{2 \tan \varphi} e^{2\theta \tan \varphi} - \frac{1}{2 \tan \varphi} \right) \\ &= \frac{r_0^2}{4 \tan \varphi} (e^{2\theta \tan \varphi} - 1) \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

Schwerpunkt der logarithmischen Spirale

Schwerpunkt einer homogenen ebenen Fläche in Polarkoordinaten:

$$x_s = \frac{1}{A} \int_0^\theta \int_0^r r^2 \cos \theta dr d\theta \quad (\text{II.3})$$

$$y_s = \frac{1}{A} \int_0^\theta \int_0^r r^2 \sin \theta dr d\theta \quad (\text{II.4})$$

Schwerpunkt der logarithmischen Spirale:

$$\begin{aligned} x_l &= \frac{1}{A_l} \int_0^\theta \int_0^{r_0 e^{\theta \tan \varphi}} r^2 \cos \theta dr d\theta = \frac{1}{A_l} \int_0^\theta \int_0^{r_0 e^{\theta \tan \varphi}} r^2 \cos \theta dr d\theta \\ &= \frac{1}{A_l} \int_0^\theta \left[\frac{1}{3} r^3 \cos \theta dr d\theta \right]_0^{r_0 e^{\theta \tan \varphi}} d\theta = \frac{1}{A_l} \int_0^\theta \frac{1}{3} r_0^3 e^{3\theta \tan \varphi} \cos \theta d\theta \\ &= \frac{r_0^3}{3A_l} \int_0^\theta e^{3\theta \tan \varphi} \cos \theta d\theta \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$u = \cos \theta \Rightarrow du = -\sin \theta d\theta$$

$$dv = e^{3\theta \tan \varphi} d\theta \Rightarrow v = \frac{1}{3 \tan \varphi} e^{3\theta \tan \varphi} \quad (\text{II.6})$$

$$\int_0^\theta e^{3\theta \tan \varphi} \cos \theta d\theta = \cos \theta \cdot \frac{1}{3 \tan \varphi} e^{3\theta \tan \varphi} + \frac{1}{3 \tan \varphi} \int_0^\theta e^{3\theta \tan \varphi} \sin \theta d\theta$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$u = \sin \theta \Rightarrow du = \cos \theta d\theta$$

$$dv = e^{3\theta \tan \varphi} d\theta \Rightarrow v = \frac{1}{3 \tan \varphi} e^{3\theta \tan \varphi} \quad (\text{II.7})$$

$$\int_0^\theta e^{3\theta \tan \varphi} \sin \theta d\theta = \sin \theta \cdot \frac{1}{3 \tan \varphi} e^{3\theta \tan \varphi} - \frac{1}{3 \tan \varphi} \int_0^\theta e^{3\theta \tan \varphi} \cos \theta d\theta$$

Einsetzen von Gleichung (II.7) in Gleichung (II.6):

$$\begin{aligned} \int_0^\theta e^{3\theta \tan \varphi} \cos \theta d\theta = \\ \cos \theta \cdot \frac{1}{3 \tan \varphi} e^{3\theta \tan \varphi} + \frac{1}{3 \tan \varphi} \left(\sin \theta \cdot \frac{1}{3 \tan \varphi} e^{3\theta \tan \varphi} - \frac{1}{3 \tan \varphi} \int_0^\theta e^{3\theta \tan \varphi} \cos \theta d\theta \right) \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

Aus der Umformulierung von Gleichung (II.8) ergibt sich:

$$\int_0^\theta e^{3\theta \tan \varphi} \cos \theta d\theta = \frac{3 \tan \varphi e^{3\theta \tan \varphi} \cos \theta + e^{3\theta \tan \varphi} \sin \theta}{9 \tan^2 \varphi + 1} \quad (\text{II.9})$$

Nach der Gleichung (II.5):

$$\begin{aligned} x_l &= \frac{r_0^3}{3A_l} \int_0^\theta e^{3\theta \tan \varphi} \cos \theta d\theta = \frac{r_0^3}{3A_l} \left| \frac{3 \tan \varphi e^{3\theta \tan \varphi} \cos \theta + e^{3\theta \tan \varphi} \sin \theta}{9 \tan^2 \varphi + 1} \right|_0^\theta \\ &= \frac{r_0^3}{3A_l} \left[\left(\frac{3 \tan \varphi e^{3\theta \tan \varphi} \cos \theta + e^{3\theta \tan \varphi} \sin \theta}{9 \tan^2 \varphi + 1} \right) - \frac{3 \tan \varphi}{9 \tan^2 \varphi + 1} \right] \\ &= \frac{r_0^3}{3A_l} \cdot \frac{3 \tan \varphi e^{3\theta \tan \varphi} \cos \theta + e^{3\theta \tan \varphi} \sin \theta - 3 \tan \varphi}{9 \tan^2 \varphi + 1} \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

Mit der gleichen Vorgehensweise ergibt sich:

$$\begin{aligned} y_l &= \frac{1}{A_l} \int_0^\theta \int_0^r r^2 \sin \theta dr d\theta \\ &= \frac{r_0^3}{3A_l} \cdot \frac{3 \tan \varphi e^{3\theta \tan \varphi} \sin \theta + e^{3\theta \tan \varphi} \cos \theta + 1}{9 \tan^2 \varphi + 1} \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

Anhang III ,Globales Minimum‘ für verschiedene φ

Tabelle III.1: ,Globales Minimum‘ für Boden mit $\varphi = 15^\circ$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ und $b = 2 \text{ m}$

$q/\gamma b$	$c/\gamma b$	$\alpha_{GM} [^\circ]$	$N_{b,GM}$	$N_{d,GM}$	$N_{c,GM}$	$R_{GM} [\text{kN/m}]$	$R_{S,DIN 4017} [\text{kN/m}]$
0	0	41,50	1,02*	7,00**	22,39**	81,88	63,05
	0,05	45,75	1,12	4,52	13,13	142,16	106,95
	0,125	47,55	1,21	4,21	11,97	216,66	172,81
	0,25	48,92	1,30	4,07	11,45	333,23	282,58
	0,5	50,13	1,40	3,99	11,17	558,78	502,11
	1	51,06	1,49	3,96	11,05	1002,44	941,17
	2	51,68	1,55	3,95	11,00	1883,62	1819,29
0,05	0	43,69	1,05	5,21	15,72	104,94	78,81
	0,05	46,20	1,14	4,42	12,78	160,04	122,72
	0,125	47,75	1,22	4,18	11,87	233,44	188,58
	0,25	49,02	1,31	4,06	11,42	349,48	298,34
	0,5	50,17	1,40	3,99	11,16	574,75	517,87
	1	51,07	1,49	3,96	11,04	1018,28	956,93
	2	51,69	1,55	3,95	11,00	1899,41	1835,05
0,125	0	45,04	1,09	4,70	13,82	134,41	102,46
	0,05	46,74	1,17	4,33	12,41	186,27	146,36
	0,125	48,03	1,24	4,15	11,76	258,44	212,22
	0,25	49,16	1,32	4,05	11,38	373,81	321,99
	0,5	50,23	1,41	3,99	11,15	598,69	541,52
	1	51,09	1,49	3,96	11,04	1042,03	980,58
	2	51,70	1,55	3,95	11,00	1923,09	1858,70
0,25	0	46,31	1,15	4,40	12,70	179,70	141,87
	0,05	47,41	1,20	4,22	12,03	228,97	185,78
	0,125	48,41	1,27	4,11	11,61	299,74	251,63
	0,25	49,36	1,34	4,04	11,33	414,24	361,40
	0,5	50,32	1,42	3,98	11,14	638,55	580,93
	1	51,13	1,49	3,96	11,04	1081,61	1019,99
	2	51,71	1,55	3,95	11,00	1962,56	1898,11
0,5	0	47,69	1,22	4,19	11,90	265,23	220,69
	0,05	48,32	1,26	4,12	11,64	312,28	264,60
	0,125	48,99	1,31	4,06	11,43	381,44	330,46
	0,25	49,70	1,36	4,02	11,25	494,74	440,22

	0,5	50,48	1,43	3,98	11,11	718,18	659,75
	1	51,19	1,50	3,96	11,03	1160,75	1098,81
	2	51,73	1,55	3,95	11,00	2041,48	1976,93
1	0	49,05	1,31	4,06	11,41	429,64	378,34
	0,05	49,37	1,34	4,04	11,33	475,11	422,24
	0,125	49,74	1,37	4,01	11,25	542,82	488,10
	0,25	50,18	1,40	3,99	11,16	654,81	597,87
	0,5	50,74	1,45	3,97	11,08	877,10	817,40
	1	51,30	1,51	3,95	11,02	1318,94	1256,46
	2	51,77	1,56	3,95	10,99	2199,32	2134,58
2	0	50,24	1,41	3,99	11,15	750,83	693,63
	0,05	50,37	1,42	3,98	11,13	795,40	737,54
	0,125	50,54	1,44	3,98	11,11	862,11	803,39
	0,25	50,77	1,46	3,97	11,08	973,01	913,16
	0,5	51,10	1,49	3,96	11,04	1194,15	1132,69
	1	51,48	1,53	3,95	11,01	1635,09	1571,75
	2	51,84	1,57	3,94	10,99	2514,95	2449,87
∞	∞	52,50	1,64**	3,94*	10,98*	-	-

Tabelle III.2: ‚Globales Minimum‘ für Boden mit $\varphi = 20^\circ$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ und $b = 2 \text{ m}$

$q/\gamma b$	$c/\gamma b$	$\alpha_{GM} [^\circ]$	$N_{b,GM}$	$N_{d,GM}$	$N_{c,GM}$	$R_{GM} [\text{kN/m}]$	$R_{S,DIN 4017} [\text{kN/m}]$
0	0	44,49	2,18*	11,63**	29,22**	174,15	157,22
	0,05	47,76	2,31	7,81	18,71	259,56	216,56
	0,125	49,38	2,46	7,12	16,81	364,90	305,56
	0,25	50,72	2,63	6,77	15,86	527,38	453,91
	0,5	52,00	2,82	6,57	15,30	837,81	750,61
	1	53,08	3,02	6,47	15,02	1442,74	1343,99
	2	53,86	3,18	6,42	14,90	2637,89	2530,77
0,05	0	46,38	2,22	8,82	21,48	213,13	182,82
	0,05	48,28	2,35	7,55	17,99	290,24	242,15
	0,125	49,64	2,49	7,04	16,59	393,21	331,16
	0,25	50,86	2,65	6,75	15,79	554,42	479,51
	0,5	52,07	2,83	6,56	15,28	864,07	776,20
	1	53,10	3,02	6,46	15,01	1468,60	1369,59
	2	53,87	3,18	6,42	14,89	2663,57	2556,37

0,125	0	47,61	2,30	7,89	18,94	262,78	221,21
	0,05	48,88	2,41	7,29	17,29	334,70	280,55
	0,125	49,98	2,53	6,95	16,33	435,15	369,56
	0,25	51,04	2,67	6,71	15,70	594,80	517,91
	0,5	52,15	2,85	6,55	15,25	903,41	814,60
	1	53,14	3,03	6,46	15,00	1507,37	1407,99
	2	53,88	3,19	6,42	14,89	2702,10	2594,77
0,25	0	48,79	2,40	7,33	17,38	338,45	285,21
	0,05	49,61	2,49	7,05	16,61	406,28	344,54
	0,125	50,44	2,59	6,83	16,03	504,01	433,55
	0,25	51,31	2,71	6,67	15,57	661,69	581,90
	0,5	52,29	2,87	6,54	15,21	968,84	878,59
	1	53,19	3,04	6,46	14,99	1571,96	1471,98
	2	53,90	3,19	6,42	14,89	2766,30	2658,76
0,5	0	50,11	2,55	6,91	16,24	480,12	413,19
	0,05	50,58	2,61	6,80	15,95	544,46	472,53
	0,125	51,12	2,68	6,70	15,66	639,21	561,54
	0,25	51,75	2,78	6,60	15,39	794,32	709,89
	0,5	52,52	2,91	6,51	15,14	1099,31	1006,58
	1	53,30	3,06	6,45	14,98	1701,04	1599,97
	2	53,94	3,20	6,42	14,89	2894,69	2786,75
1	0	51,44	2,73	6,65	15,52	750,25	669,17
	0,05	51,67	2,77	6,61	15,42	812,12	728,51
	0,125	51,97	2,82	6,57	15,31	904,30	817,52
	0,25	52,35	2,88	6,53	15,19	1056,78	965,86
	0,5	52,87	2,98	6,48	15,06	1359,12	1262,56
	1	53,47	3,10	6,44	14,95	1958,85	1855,95
	2	54,01	3,21	6,42	14,88	3151,38	3042,72
2	0	52,62	2,93	6,50	15,12	1274,94	1181,12
	0,05	52,72	2,95	6,49	15,09	1335,36	1240,46
	0,125	52,86	2,98	6,48	15,06	1425,83	1329,47
	0,25	53,05	3,01	6,47	15,02	1576,24	1477,81
	0,5	53,34	3,07	6,45	14,97	1876,08	1774,51
	1	53,72	3,15	6,43	14,91	2473,52	2367,90
	2	54,12	3,24	6,41	14,87	3664,51	3554,67
∞	∞	55,00*	3,45**	6,40*	14,83**		

Tabelle III.3: ‚Globales Minimum‘ für Boden mit $\varphi = 25^\circ$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ und $b = 2 \text{ m}$

$q/\gamma b$	$c/\gamma b$	$\alpha_{GM} [^\circ]$	$N_{b,GM}$	$N_{d,GM}$	$N_{c,GM}$	$R_{GM} [\text{kN/m}]$	$R_{S,DIN 4017} [\text{kN/m}]$
0	0	47,55	4,57*	19,44**	39,54**	365,22	360,44
	0,05	50,03	4,74	13,78	27,41	488,99	443,32
	0,125	51,45	4,98	12,40	24,44	642,78	567,65
	0,25	52,69	5,27	11,64	22,81	877,61	774,85
	0,5	53,96	5,64	11,14	21,75	1321,09	1189,26
	1	55,12	6,05	10,87	21,16	2176,51	2018,08
	2	56,03	6,43	10,74	20,88	3855,12	3675,73
0,05	0	49,14	4,64	15,14	30,33	431,78	403,09
	0,05	50,58	4,82	13,16	26,07	542,77	485,97
	0,125	51,74	5,04	12,18	23,98	691,92	610,30
	0,25	52,86	5,31	11,56	22,64	924,00	817,50
	0,5	54,05	5,67	11,12	21,70	1365,61	1231,91
	1	55,15	6,06	10,86	21,14	2219,96	2060,73
	2	56,04	6,44	10,73	20,88	3898,06	3718,38
0,125	0	50,25	4,77	13,52	26,86	516,97	467,06
	0,05	51,20	4,93	12,59	24,85	619,85	549,95
	0,125	52,12	5,13	11,94	23,47	764,26	674,27
	0,25	53,08	5,37	11,46	22,43	993,04	881,47
	0,5	54,16	5,70	11,08	21,63	1432,21	1295,89
	1	55,20	6,08	10,85	21,12	2285,09	2124,71
	2	56,06	6,44	10,73	20,87	3962,46	3782,35
0,25	0	51,33	4,96	12,49	24,63	646,25	573,69
	0,05	51,95	5,09	12,05	23,69	742,74	656,57
	0,125	52,63	5,25	11,67	22,88	882,22	780,89
	0,25	53,40	5,46	11,33	22,16	1106,97	988,10
	0,5	54,33	5,76	11,04	21,53	1542,82	1402,51
	1	55,28	6,11	10,84	21,10	2393,52	2231,33
	2	56,09	6,46	10,73	20,87	4069,78	3888,97
0,5	0	52,56	5,23	11,70	22,95	886,78	786,93
	0,05	52,92	5,33	11,53	22,58	977,79	869,81
	0,125	53,36	5,45	11,35	22,19	1112,03	994,13
	0,25	53,90	5,62	11,16	21,79	1331,76	1201,34
	0,5	54,62	5,87	10,97	21,37	1762,81	1615,75
	1	55,42	6,17	10,81	21,05	2610,02	2444,57

	2	56,14	6,48	10,72	20,85	4284,32	4102,21
1	0	53,84	5,60	11,18	21,83	1342,36	1213,41
	0,05	54,02	5,66	11,12	21,71	1429,44	1296,30
	0,125	54,26	5,74	11,06	21,57	1559,26	1420,62
	0,25	54,59	5,85	10,98	21,39	1774,00	1627,82
	0,5	55,06	6,03	10,87	21,18	2199,46	2042,24
	1	55,65	6,27	10,78	20,97	3041,88	2871,06
	2	56,24	6,53	10,72	20,83	4713,11	4528,70
2	0	55,01	6,01	10,89	21,20	2222,35	2066,39
	0,05	55,09	6,04	10,87	21,17	2307,08	2149,27
	0,125	55,20	6,08	10,85	21,12	2433,95	2273,59
	0,25	55,36	6,15	10,82	21,07	2644,89	2480,80
	0,5	55,62	6,26	10,78	20,98	3065,33	2895,21
	1	55,99	6,41	10,74	20,89	3902,54	3724,03
	2	56,41	6,61	10,70	20,81	5569,76	5381,67
∞	∞	57,50	7,16**	10,66*	20,72*	-	-

Tabelle III.4: ‚Globales Minimum‘ für Boden mit $\varphi = 35^\circ$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ und $b = 2 \text{ m}$

$q/\gamma b$	$c/\gamma b$	$\alpha_{GM} [^\circ]$	$N_{b,GM}$	$N_{d,GM}$	$N_{c,GM}$	$R_{GM} [\text{kN/m}]$	$R_{S,DIN 4017} [\text{kN/m}]$
0	0	53,83	22,01*	59,40**	83,40**	1760,61	1809,12
	0,05	55,15	22,32	47,43	66,31	2050,69	1993,61
	0,125	56,11	22,90	42,44	59,18	2423,71	2270,35
	0,25	57,07	23,73	39,16	54,50	2988,66	2731,59
	0,5	58,16	25,01	36,64	50,90	4036,58	3654,06
	1	59,28	26,68	34,97	48,51	6015,54	5499,01
	2	60,32	28,57	34,01	47,15	9829,78	9188,89
0,05	0	54,86	22,20	49,36	69,06	1973,61	1942,30
	0,05	55,66	22,59	44,50	62,12	2234,02	2126,80
	0,125	56,43	23,15	41,20	57,41	2590,87	2403,54
	0,25	57,26	23,94	38,62	53,73	3144,19	2864,77
	0,5	58,27	25,15	36,44	50,62	4182,75	3787,25
	1	59,34	26,78	34,90	48,42	6155,28	5632,19
	2	60,34	28,62	34,00	47,13	9965,80	9322,08
0,125	0	55,70	22,61	44,34	61,89	2252,50	2142,08
	0,05	56,23	22,99	41,95	58,49	2492,66	2326,57

	0,125	56,83	23,50	39,87	55,51	2833,82	2603,31
	0,25	57,53	24,23	37,97	52,79	3373,87	3064,55
	0,5	58,42	25,36	36,18	50,24	4400,60	3987,02
	1	59,42	26,91	34,82	48,30	6364,44	5831,97
	2	60,37	28,69	33,97	47,09	10169,72	9521,85
0,25	0	56,55	23,25	40,77	56,79	2675,57	2475,04
	0,05	56,91	23,58	39,61	55,15	2899,26	2659,53
	0,125	57,34	24,02	38,42	53,44	3224,67	2936,28
	0,25	57,89	24,67	37,16	51,64	3749,26	3397,51
	0,5	58,65	25,69	35,82	49,72	4760,51	4319,98
	1	59,54	27,12	34,69	48,11	6711,94	6164,93
	2	60,43	28,80	33,94	47,04	10509,27	9854,81
0,5	0	57,58	24,30	37,83	52,60	3456,90	3140,96
	0,05	57,80	24,55	37,36	51,93	3665,92	3325,46
	0,125	58,07	24,90	36,80	51,13	3974,98	3602,20
	0,25	58,45	25,41	36,12	50,16	4481,11	4063,43
	0,5	59,02	26,26	35,29	48,97	5471,21	4985,90
	1	59,75	27,50	34,48	47,81	7403,49	6830,85
	2	60,53	29,01	33,87	46,95	11187,36	10520,74
1	0	58,71	25,78	35,73	49,60	4920,45	4472,80
	0,05	58,82	25,95	35,56	49,36	5118,36	4657,30
	0,125	58,97	26,19	35,35	49,06	5413,59	4934,04
	0,25	59,20	26,55	35,06	48,65	5902,04	5395,28
	0,5	59,57	27,17	34,65	48,06	6868,71	6317,75
	1	60,09	28,13	34,18	47,39	8776,25	8162,69
	2	60,70	29,38	33,77	46,80	12540,13	11852,58
2	0	59,80	27,60	34,43	47,74	7715,77	7136,49
	0,05	59,86	27,69	34,38	47,67	7906,59	7320,99
	0,125	59,93	27,83	34,31	47,58	8192,32	7597,73
	0,25	60,05	28,05	34,22	47,44	8667,38	8058,96
	0,5	60,25	28,43	34,06	47,22	9613,87	8981,44
	1	60,56	29,07	33,86	46,92	11496,27	10826,38
	2	60,97	29,96	33,64	46,61	15235,91	14516,27
∞	∞	62,50	33,87**	33,30*	46,12*		

Tabelle III.5: ‚Globales Minimum‘ für Boden mit $\varphi = 40^\circ$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ und $b = 2 \text{ m}$

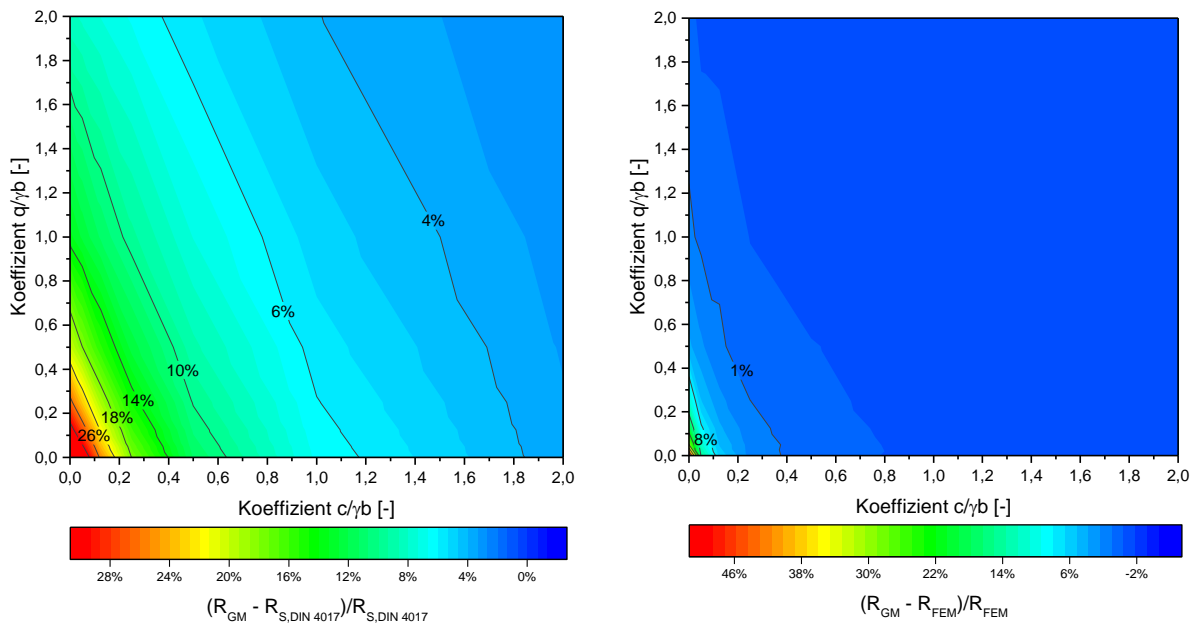
$q/\gamma b$	$c/\gamma b$	$\alpha_{GM} [^\circ]$	$N_{b,GM}$	$N_{d,GM}$	$N_{c,GM}$	$R_{GM} [\text{kN/m}]$	$R_{S,DIN 4017} [\text{kN/m}]$
0	0	57,03	53,58	112,75	133,18	4286,26	4242,17
	0,05	57,93	53,99	95,10	112,14	4768,11	4543,42
	0,125	58,68	54,91	85,71	100,96	5402,65	4995,30
	0,25	59,46	56,37	78,89	92,82	6366,08	5748,43
	0,5	60,40	58,78	73,19	86,04	8144,06	7254,69
	1	61,44	62,26	69,06	81,11	11469,26	10267,22
	2	62,46	66,56	66,47	78,03	17809,34	16292,26
0,05	0	57,82	53,90	96,77	114,14	4699,31	4498,95
	0,05	58,39	54,50	88,90	104,76	5134,99	4800,20
	0,125	58,98	55,42	82,77	97,45	5739,30	5252,08
	0,25	59,66	56,82	77,49	91,16	6678,74	6005,21
	0,5	60,52	59,13	72,63	85,36	8435,68	7511,47
	1	61,50	62,49	68,86	80,88	11745,10	10524,00
	2	62,49	66,70	66,42	77,96	18075,12	16549,05
0,125	0	58,51	54,66	87,53	103,13	5248,51	4884,12
	0,05	58,90	55,28	83,52	98,35	5650,79	5185,37
	0,125	59,36	56,15	79,66	93,75	6226,00	5637,25
	0,25	59,92	57,46	75,83	89,18	7138,49	6390,38
	0,5	60,68	59,63	71,90	84,49	8869,20	7896,64
	1	61,59	62,84	68,60	80,56	12157,46	10909,17
	2	62,53	66,90	66,34	77,86	18473,37	16934,22
0,25	0	59,25	55,92	80,53	94,78	6084,35	5526,07
	0,05	59,51	56,48	78,54	92,40	6458,50	5827,32
	0,125	59,84	57,26	76,32	89,76	7004,54	6279,20
	0,25	60,28	58,43	73,80	86,76	7886,05	7032,33
	0,5	60,92	60,41	70,90	83,30	9582,97	8538,59
	1	61,73	63,38	68,20	80,09	12841,40	11551,12
	2	62,60	67,21	66,21	77,72	19136,11	17576,17
0,5	0	60,15	58,07	74,50	87,59	7625,54	6809,97
	0,05	60,31	58,52	73,65	86,58	7973,82	7111,23
	0,125	60,53	59,15	72,60	85,33	8489,40	7563,11
	0,25	60,83	60,12	71,25	83,72	9334,23	8316,24
	0,5	61,31	61,78	69,47	81,60	10985,69	9822,50
	1	61,97	64,36	67,57	79,34	14198,85	12835,02

	2	62,72	67,81	66,00	77,46	20458,12	18860,07
1	0	61,17	61,28	69,95	82,17	10498,71	9377,78
	0,05	61,26	61,60	69,64	81,81	10826,66	9679,03
	0,125	61,38	62,05	69,24	81,32	11316,01	10130,91
	0,25	61,57	62,75	68,66	80,63	12125,67	10884,04
	0,5	61,88	64,00	67,79	79,60	13727,40	12390,31
	1	62,34	66,01	66,71	78,31	16883,17	15402,83
	2	62,93	68,86	65,66	77,06	23090,88	21427,88
2	0	62,21	65,42	66,99	78,65	15953,02	14513,40
	0,05	62,25	65,61	66,90	78,54	16267,40	14814,65
	0,125	62,31	65,89	66,77	78,38	16738,16	15266,53
	0,25	62,41	66,32	66,58	78,15	17520,79	16019,66
	0,5	62,58	67,12	66,25	77,76	19079,73	17525,92
	1	62,85	68,48	65,78	77,20	22178,10	20538,45
	2	63,25	70,53	65,23	76,54	28324,72	26563,50
∞	∞	65,00	81,75**	64,20*	75,31*		

Hinweis: * ‚Individuelles Minimum‘ der Tragfähigkeitsbeiwerte

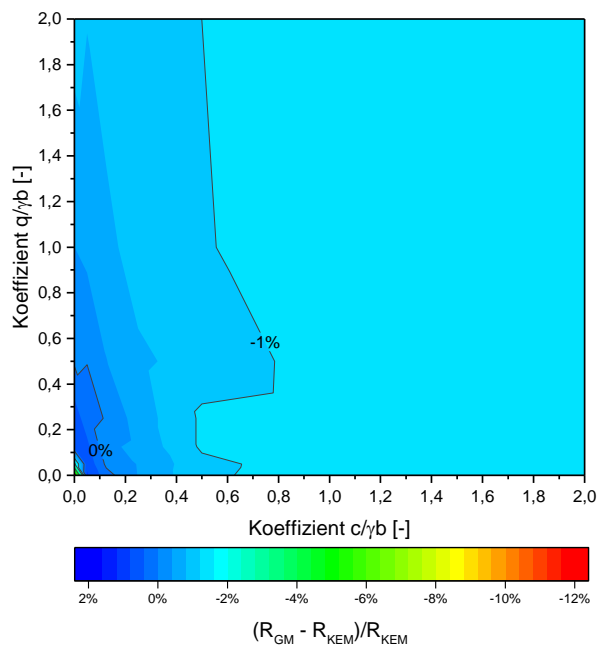
** ‚Globales Maximum‘: mögliche Maxima der Tragfähigkeitsbeiwerte

Anhang IV Abweichung zwischen R_{GM} , $R_{S,DIN 4017}$, R_{FEM} und R_{KEM} für homogenen Untergrund mit verschiedenen Reibungswinkeln



a) Abweichung zwischen R_{GM} und $R_{S,DIN 4017}$

b) Abweichung zwischen R_{GM} und R_{FEM}



c) Abweichung zwischen R_{GM} und R_{KEM}

Abbildung IV.1: Abweichung in [%] zwischen R_{GM} , $R_{S,DIN 4017}$, R_{FEM} und R_{KEM} für homogenen Untergrund mit Reibungswinkel $\varphi = 15^\circ$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ und $b = 2 \text{ m}$

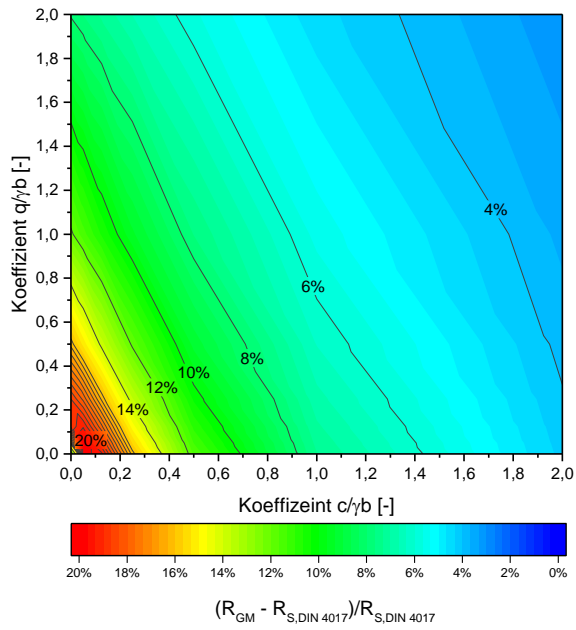
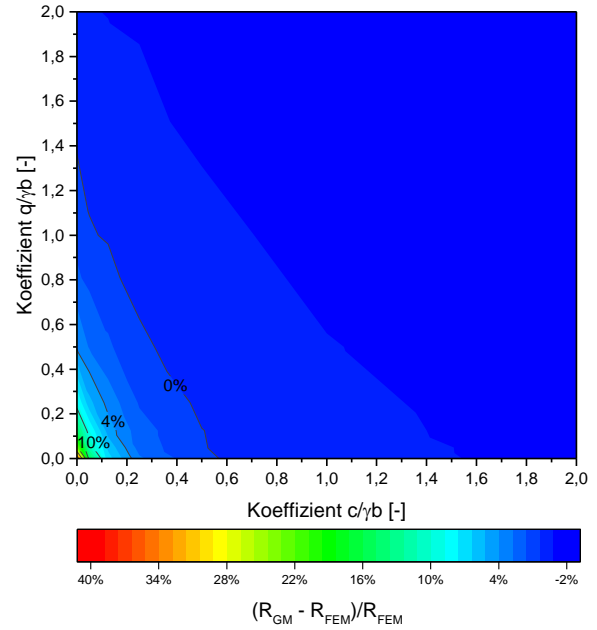
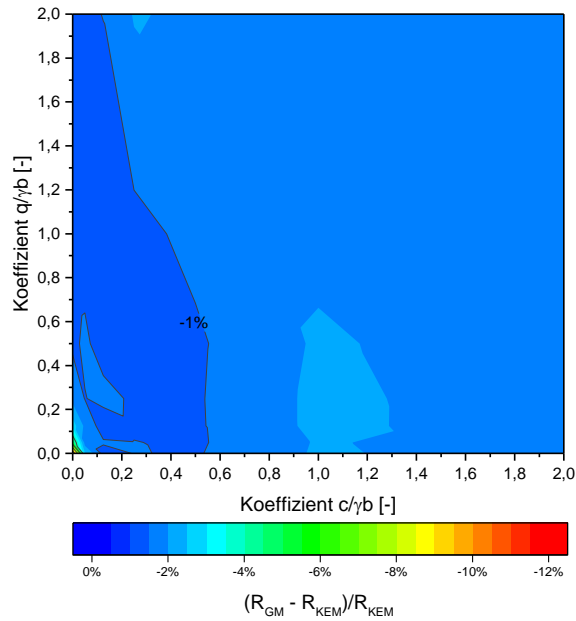
a) Abweichung zwischen R_{GM} und $R_{S,DIN 4017}$ b) Abweichung zwischen R_{GM} und R_{FEM} c) Abweichung zwischen R_{GM} und R_{KEM}

Abbildung IV.2: Abweichung in [%] zwischen R_{GM} , $R_{S,DIN 4017}$, R_{FEM} und R_{KEM} für homogenen Untergrund mit Reibungswinkel $\varphi = 20^\circ$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ und $b = 2 \text{ m}$

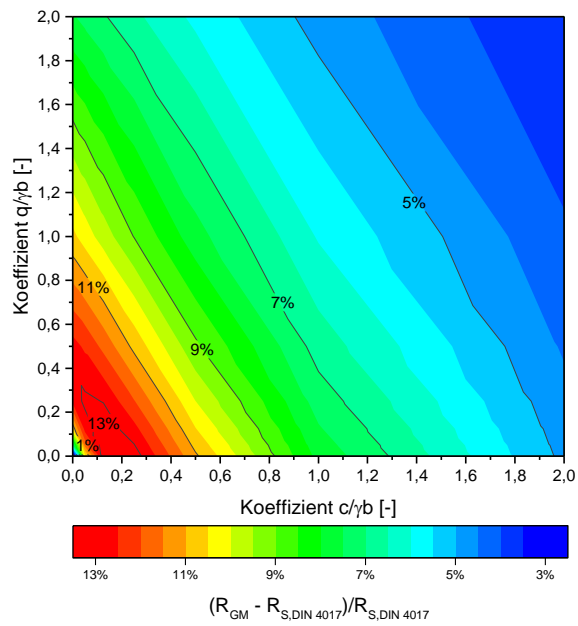
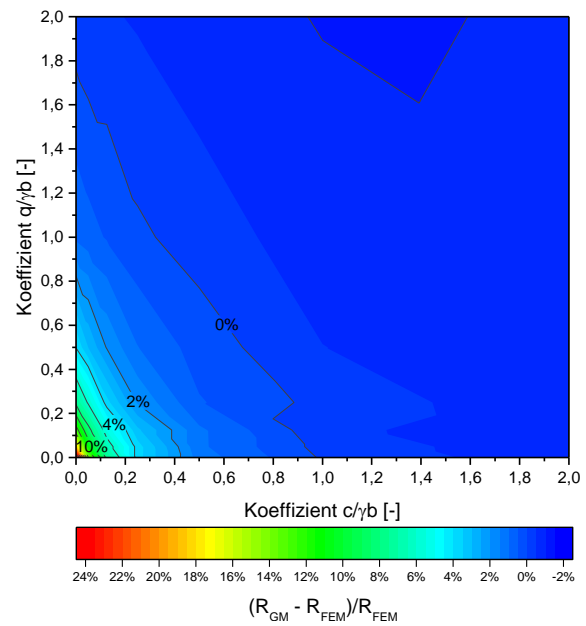
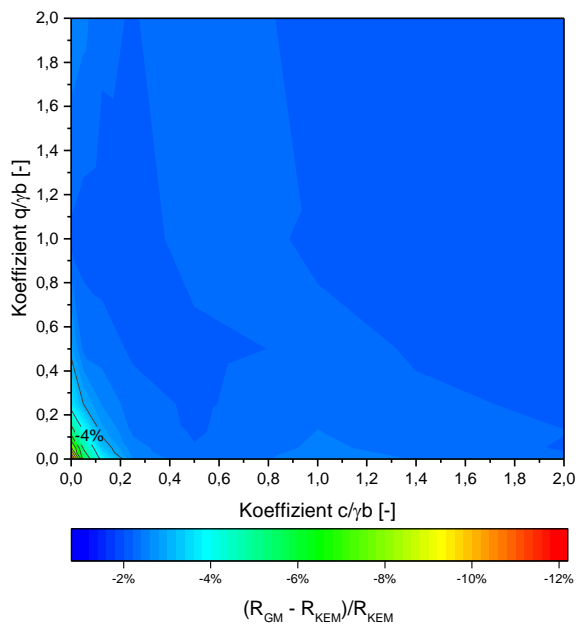
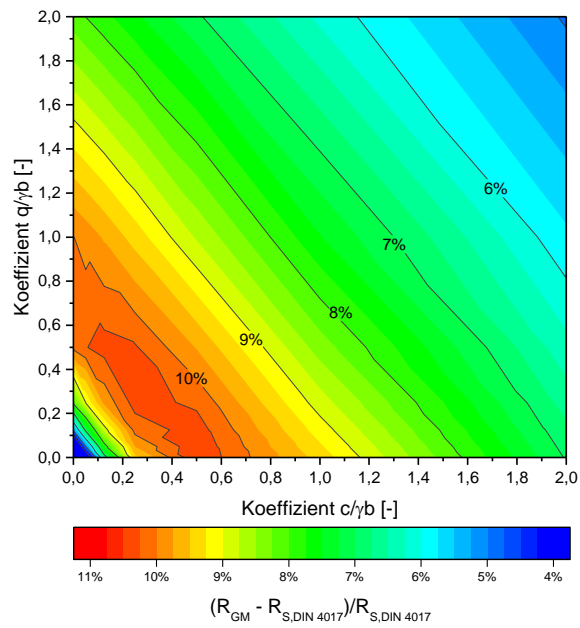
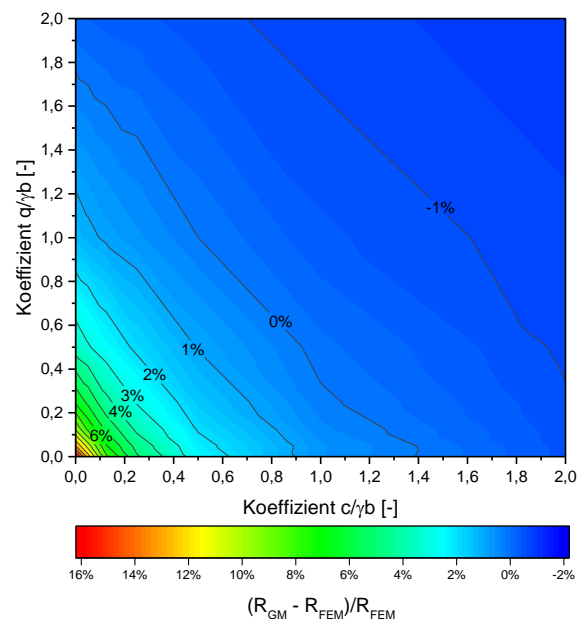
a) Abweichung zwischen R_{GM} und $R_{S,DIN 4017}$ b) Abweichung zwischen R_{GM} und R_{FEM} c) Abweichung zwischen R_{GM} und R_{KEM}

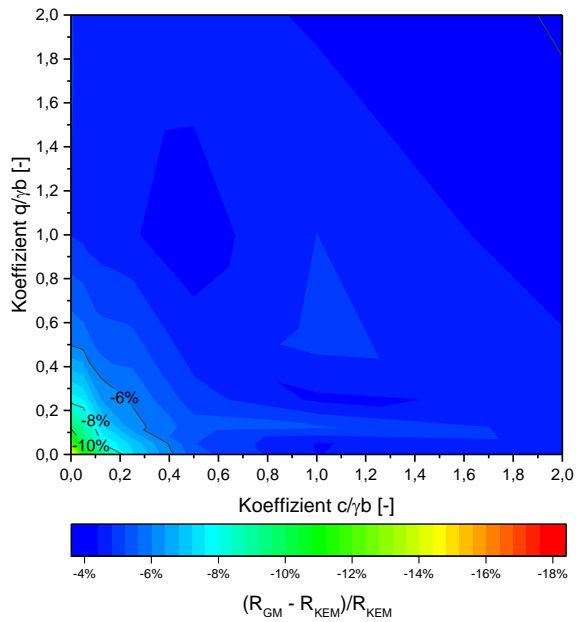
Abbildung IV.3: Abweichung zwischen in [%] R_{GM} , $R_{S,DIN 4017}$, R_{FEM} und R_{KEM} für homogenen Untergrund mit Reibungswinkel $\varphi = 25^\circ$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ und $b = 2 \text{ m}$



a) Abweichung zwischen R_{GM} und $R_{S,DIN 4017}$



b) Abweichung zwischen R_{GM} und R_{FEM}



c) Abweichung zwischen R_{GM} und R_{KEM}

Abbildung IV.4: Abweichung in [%] zwischen R_{GM} , $R_{S,DIN 4017}$, R_{FEM} und R_{KEM} für homogenen Untergrund mit Reibungswinkel $\varphi = 35^\circ$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ und $b = 2 \text{ m}$

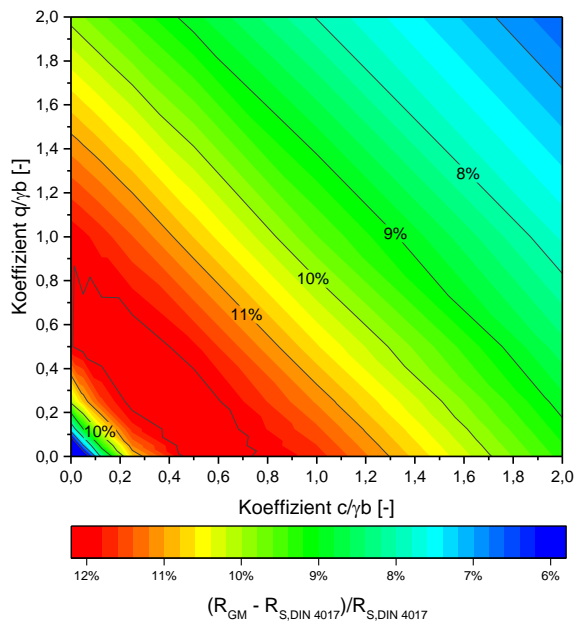
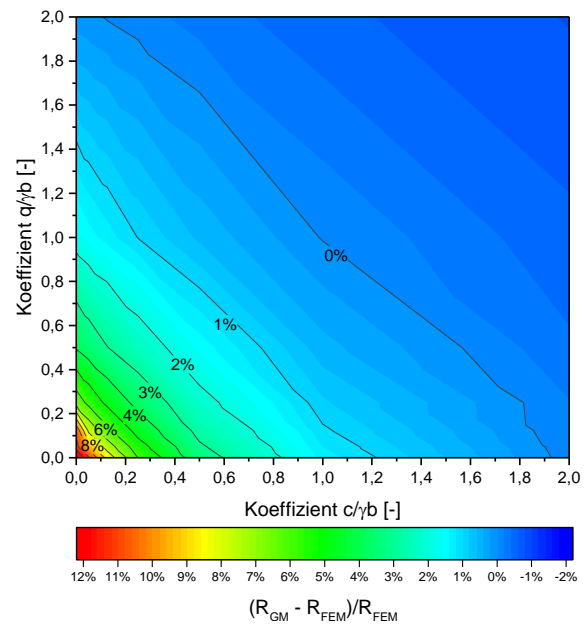
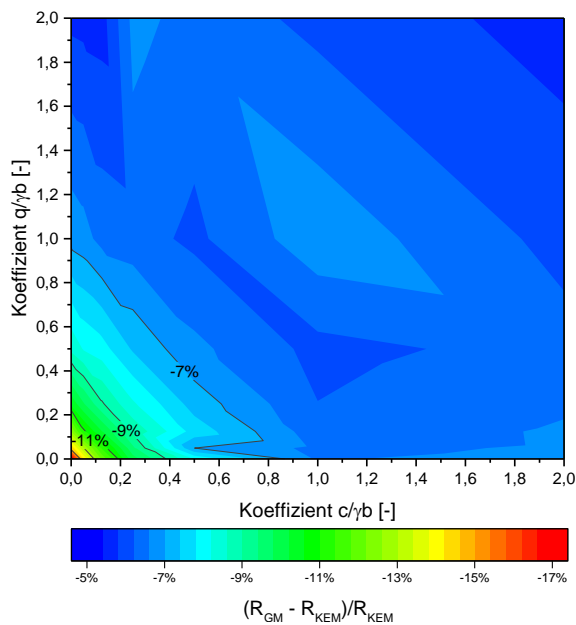
a) Abweichung zwischen R_{GM} und $R_{S,DIN 4017}$ b) Abweichung zwischen R_{GM} und R_{FEM} c) Abweichung zwischen R_{GM} und R_{KEM}

Abbildung IV.5: Abweichung in [%] zwischen R_{GM} , $R_{S,DIN 4017}$, R_{FEM} und R_{KEM} für homogenen Untergrund mit Reibungswinkel $\varphi = 40^\circ$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ und $b = 2 \text{ m}$

Anhang V Grundbruchwiderstand des Gründungspolsters nach dem analytischen Verfahren

Tabelle V.1: $R_{GP- unbewehrt}$ [kN/m] für Gründungspolster mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 4 \text{ m}$ und $t_G = 1 \text{ m}$

Seitlicher Auflast q [kN/m ²]	Kohäsion des Untergrundes c [kN/m ²]				
	0	5	10	15	20
0	325,46	528,14	714,97	896,78	1076,12
5	423,37	615,27	799,00	979,30	1157,74
10	513,80	700,49	882,11	1061,27	1239,00
15	600,88	784,42	964,53	1142,81	1319,97
20	686,00	867,42	1046,41	1223,99	1400,68

Tabelle V.2: $R_{GP- unbewehrt}$ [kN/m] für Gründungspolster mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 4 \text{ m}$ und $t_G = 2 \text{ m}$

Seitliche Auflast q [kN/m ²]	Kohäsion des Untergrundes c [kN/m ²]				
	0	5	10	15	20
0	513,55	729,17	938,96	1144,72	1348,28
5	621,93	833,98	1040,70	1244,51	1446,79
10	728,47	936,46	1140,72	1343,10	1544,43
15	831,95	1036,92	1239,41	1440,78	1641,38
20	933,09	1135,72	1337,13	1537,73	1737,77

Tabelle V.3: $R_{GP-unbewehrt}$ [kN/m] für Gründungspolster mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 6 \text{ m}$ und $t_G = 1 \text{ m}$

Seitliche Auflast q [kN/m ²]	Kohäsion des Untergrundes c [kN/m ²]				
	0	5	10	15	20
0	346,89	553,71	744,42	928,72	1110,21
5	446,69	642,60	829,53	1012,01	1192,57
10	538,96	729,45	913,44	1094,73	1274,55
15	627,75	814,36	996,62	1176,99	1356,20
20	714,46	898,14	1079,23	1258,88	1437,54

Tabelle V.4: $R_{GP-unbewehrt}$ [kN/m] für Gründungspolster mit $\varphi_2 = 40^\circ$, $\gamma_2 = 20 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $b_G = 6 \text{ m}$ und $t_G = 2 \text{ m}$

Seitliche Auflast q [kN/m ²]	Kohäsion des Untergrundes c [kN/m ²]				
	0	5	10	15	20
0	543,89	761,57	972,82	1180,14	1385,26
5	653,26	866,67	1074,84	1280,00	1483,70
10	760,02	969,52	1174,74	1378,40	1581,06
15	863,83	1069,49	1273,10	1475,67	1677,55
20	964,23	1167,78	1370,27	1572,05	1773,33

Anhang VI Fallbeispiel

Hinweis: Die Berechnungen werden mit charakteristischen Werten durchgeführt, die Teilsicherheitsbeiwerte nach DIN 1054 (2010) werden hier nicht berücksichtigt.

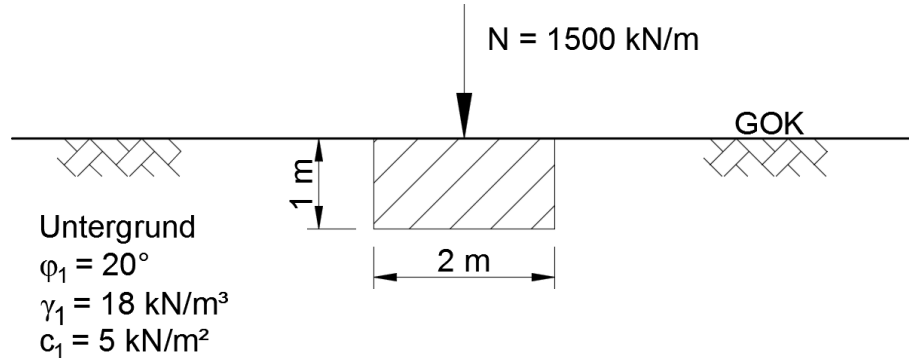


Abbildung VI.1: Geometrie, Bodenkennwerte und Belastung eines Fundamentes auf homogenem Untergrund

Berechnung des Grundbruchwiderstands (Homogener Untergrund)

Grundbruchwiderstand mit dem Kriterium ‚Individuelles Minimum‘

Tragfähigkeitsbeiwerte

$$N_{d,IM} = e^{\pi \tan \varphi} \tan^2 \left(45^\circ + \frac{20^\circ}{2} \right) = 6,40 \quad (\text{VI.1})$$

$$N_{c,IM} = \frac{e^{\pi \tan \varphi} \tan^2 \left(45^\circ + \frac{20^\circ}{2} \right) - 1}{\tan 20^\circ} = 14,83 \quad (\text{VI.2})$$

$$N_{b,IM} = e^{0,097 + 4,67 \tan 20^\circ} \tan 20^\circ = 2,19 \quad (\text{VI.3})$$

$$R_{IM} = b \cdot \left(N_{d,IM} \cdot q + N_{c,IM} \cdot c + N_{b,IM} \cdot \gamma b \right) \\ = 2 \cdot (6,40 \cdot 18 + 14,83 \cdot 5 + 2,19 \cdot 18 \cdot 2) = 536,38 \text{ kN} / \text{m} \quad (\text{VI.4})$$

$$R_{IM} = 536,38 \text{ kN} / \text{m} < N = 1500 \text{ kN} / \text{m} \quad \text{Nicht erfüllt!} \quad (\text{VI.5})$$

Grundbruchwiderstand mit dem Kriterium ‚Globales Minimum‘

Nach der Gleichung (4.73) ergibt sich:

$$\frac{18}{18 \cdot 2} \cdot \frac{\partial N_d(\alpha)}{\partial \alpha} + \frac{5}{18 \cdot 2} \cdot \frac{\partial N_c(\alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial N_b(\alpha)}{\partial \alpha} = 0 \Rightarrow \alpha = \alpha_{GM} = 51,20^\circ \quad (\text{VI.6})$$

$$R_{GM} = Q_d(\alpha_{GM}) + Q_c(\alpha_{GM}) + Q_b(\alpha_{GM}) = b \cdot (N_{d,GM} \cdot q + N_{c,GM} \cdot c + N_{b,GM} \cdot \gamma b)$$

$$= 2 \cdot (6,69 \cdot 18 + 15,62 \cdot 5 + 2,69 \cdot 18 \cdot 2) = 590,72 \text{ kN / m} \quad (\text{VI.7})$$

$$R_{GM} = 590,72 \text{ kN / m} < N = 1500 \text{ kN / m} \quad \text{Nicht erfüllt!} \quad (\text{VI.8})$$

Grundbruchwiderstand des unbewehrten Gründungspolsters (GP-1)

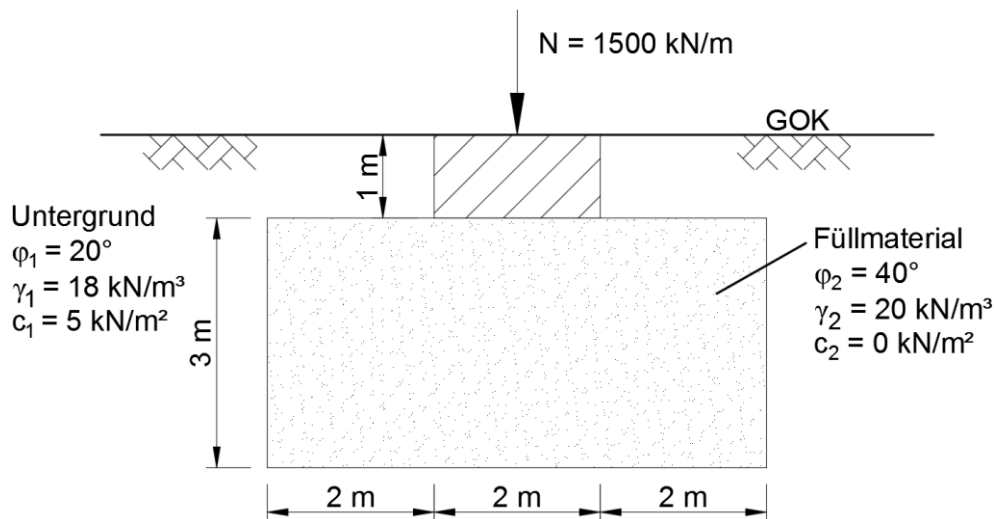


Abbildung VI.2: Geometrie des Gründungspolsters GP-1 ($b_G = 3b$ und $t_G = 1,5b$)

Grundbruchwiderstand mit GP-I

$$\frac{\partial R_{GP-I}}{\partial \alpha} = \frac{\partial [Q_d(\alpha) + Q_c(\alpha) + Q_b(\alpha)]}{\partial \alpha} = 0 \Rightarrow \alpha = \alpha_{GP-I} = 71,57^\circ \quad (\text{VI.9})$$

$$R_{GP-I} = Q_d(\alpha_{GP-I}) + Q_c(\alpha_{GP-I}) + Q_b(\alpha_{GP-I})$$

$$= 378,56 + 228,53 + 996,21 = 1603,30 \text{ kN / m} \quad (\text{VI.10})$$

$$\tan \alpha_{GP-I} = \tan 71,57^\circ = 3,0 = \frac{2t_G}{b} = 3 \quad \text{GP-II wird durchgeführt!} \quad (\text{VI.11})$$

Grundbruchwiderstand mit GP-II

$$\frac{\partial R_{GP-II}}{\partial \alpha} = \frac{\partial [Q_d(\alpha) + Q_c(\alpha) + Q_b(\alpha)]}{\partial \alpha} = 0 \Rightarrow \alpha = \alpha_{GP-II} = 68,50^\circ \quad (\text{VI.12})$$

$$R_{GP-II} = Q_d(\alpha_{GP-II}) + Q_c(\alpha_{GP-II}) + Q_b(\alpha_{GP-II})$$

$$= 407,55 + 230,76 + 894,94 = 1533,25 \text{ kN / m} \quad (\text{VI.13})$$

$$\tan \alpha_{GP-II} = \tan 68,50^\circ = 2,54 < \frac{2t_G}{b} = 3 \quad (\text{VI.14})$$

$$R_{GP-I} = R_{GP-II} = 1533,25 \text{ kN / m} > N = 1500 \text{ kN / m} \quad \text{Erfüllt!} \quad (\text{VI.15})$$

Grundbruchwiderstand des bewehrten Gründungspolsters (GP-2)

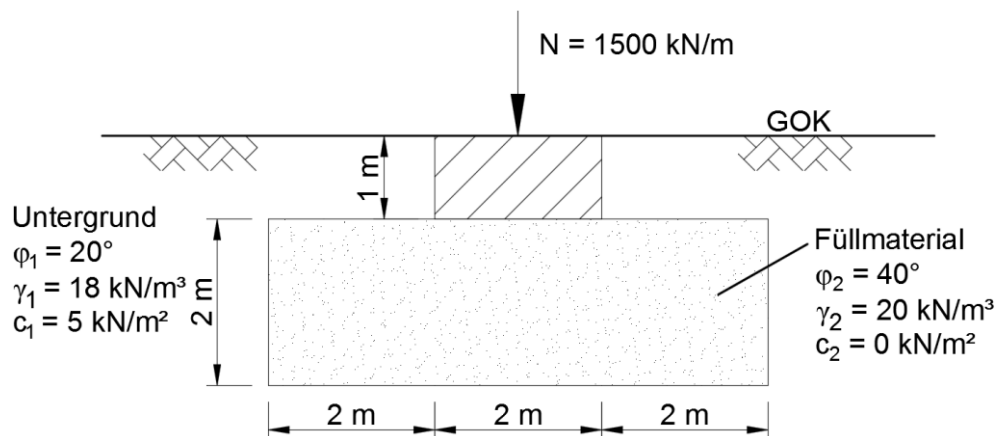


Abbildung VI.3: Geometrie des Gründungspolsters GP-2 ohne Bewehrung ($b_G = 3b$, $t_G = b$)

Grundbruchwiderstand mit GP-I ohne Bewehrung

$$\frac{\partial R_{GP-I}}{\partial \alpha} = \frac{\partial [Q_d(\alpha) + Q_c(\alpha) + Q_b(\alpha)]}{\partial \alpha} = 0 \Rightarrow \alpha = \alpha_{GP-I} = 66,51^\circ \quad (\text{VI.16})$$

$$\begin{aligned} R_{GP-I} &= Q_d(\alpha_{GP-I}) + Q_c(\alpha_{GP-I}) + Q_b(\alpha_{GP-I}) \\ &= 353,31 + 203,43 + 571,89 = 1128,63 \text{ kN} / m \end{aligned} \quad (\text{VI.17})$$

Mit

$$\tan \alpha_{GP-I} = \tan 66,51^\circ = 2,3 > \frac{2t_G}{b} = 2 \quad \text{GP-II wird nicht durchgeführt!} \quad (\text{VI.18})$$

$$R_{GP-2, \text{unbewehrt}} = R_{GP-I} = 1128,63 \text{ kN} / m < N = 1500 \text{ kN} / m \quad \text{Nicht erfüllt!} \quad (\text{VI.19})$$

Grundbruchwiderstand mit Bewehrung

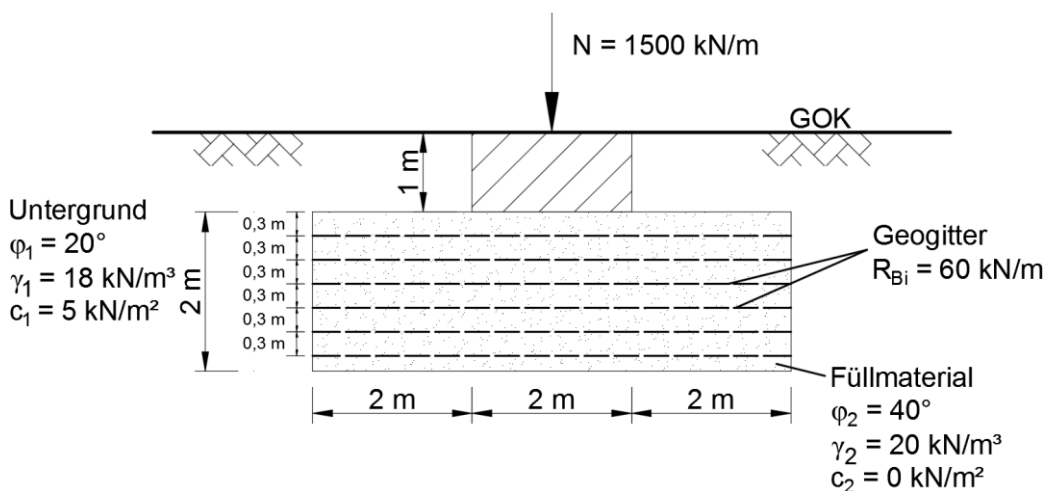


Abbildung VI.4: Geometrie des Gründungspolsters GP-2 mit 6 Gitteranlagen ($\Delta h_i = 0,3 \text{ m}$)

$$R_{Bi} = 60 \text{ kN} / \text{m} < R_{Bi, \max} = \frac{1128,63 \text{ kN} / \text{m}}{2 \text{ m}} \cdot 15\% \cdot [1 \text{ m}] = 84,65 \text{ kN} / \text{m} \quad (\text{VI.20})$$

Die Bedingung nach Gleichung (6.30) ist erfüllt!

Der Herauszieh Widerstand der ersten Bewehrungsanlage berechnet sich folgendermaßen:

$$\begin{aligned} R_{A1} &= 2 \cdot f_{sg} \cdot \left(\frac{N}{b} \cdot l_{in,1} + \sigma_v \cdot l_{ü,b} \right) \\ &= 2 \cdot 1 \cdot \tan 40^\circ \cdot \left(\frac{1500}{2} \cdot 0,13 + 24 \cdot 2 \right) = 244,18 \text{ kN} / \text{m} > R_{Bi} = 60 \text{ kN} / \text{m} \end{aligned} \quad (\text{VI.21})$$

Für alle Bewehrungsanlagen gilt dann:

$$T_{i, \max} = R_{Bi} = 60 \text{ kN} / \text{m} \quad (\text{VI.22})$$

Nach Gleichungen (5.205) und (6.6) ergibt sich:

$$\begin{aligned} l_{\Delta Q_{t,i}} &= \frac{\left(t_G + \frac{b}{2} - \frac{t_G}{\tan \alpha} \right)}{\cos(\alpha - \varphi_2)} \cdot \sin(\alpha - \varphi_2) \\ &= \frac{\left(2 + \frac{2}{2} - \frac{2}{\tan 66,51^\circ} \right)}{\cos(66,51^\circ - 40^\circ)} \cdot \sin(66,51^\circ - 40^\circ) = 1,07 \text{ m} > \frac{b}{2} = 1 \text{ m} \end{aligned} \quad (\text{VI.23})$$

Tabelle VI.1: Ergebnisse von $\Delta Q_{t,i}$ und ε_i

Bewehrungslage i	$T_{i, \max}$ [kN/m]	h_i [m]	ε_i [°]	$\Delta Q_{t,i}$ [kN/m]
1	60,00	0,3	56,73	100,33
2	60,00	0,6	61,39	105,35
3	60,00	0,9	63,05	106,97
4	60,00	1,2	63,90	107,76
5	60,00	1,5	64,41	108,23
6	60,00	1,8	64,76	108,54

Die Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge der Bewehrung $\Delta Q_{t,i}$ wird nach Gleichung (6.11) bzw. (VI.24) berechnet, die Ergebnisse sind der Tabelle VI.1 zu entnehmen.

$$\Delta Q_{t,i} = 2 \cdot T_{i, \max} \cdot \sin \varepsilon_i \quad (\text{VI.24})$$

mit

$$\varepsilon_i = \arctan \left(\frac{h_i}{1,07 - 1 + \frac{h_i}{\tan 66,51^\circ}} \right) \quad (\text{VI.25})$$

Der gesamte Grundbruchwiderstand des Gründungspolsters GP-2 mit 6 Gitteranlagen berechnet sich folgendermaßen:

$$\begin{aligned} R_{GP-2,bewehrt} &= R_{GP-2,unbewehrt} + \sum_{i=1}^6 \Delta Q_{t,i} \\ &= 1128,63 + 100,33 + 105,35 + 106,97 + 107,76 + 108,23 + 108,54 \\ &= 1765,81 \text{ kN} / m > N = 1500 \text{ kN} / m \end{aligned} \quad (\text{VI.26})$$

Erfüllt!

Anhang VII Verzeichnis der verwendeten Kurzzeichen

R_u	[kN/m]	Gesamter Grundbruchwiderstand einer Flachgründung
b	[m]	Fundamentbreite
q_u	[kN/m ²]	Grundbruchwiderstand pro Meter
c	[kN/m ²]	Kohäsion des Bodenmaterials
q	[kN/m ²]	Seitliche Auflast des Fundaments
γ	[kN/m ³]	Wichte des Bodenmaterials
d	[m]	Einbindetiefe des Fundaments
φ	[°]	Reibungswinkel des Bodenmaterials
N_c	[-]	Tragfähigkeitsbeiwert infolge der Kohäsion
N_q, N_d	[-]	Tragfähigkeitsbeiwert infolge der Einbindetiefe (seitliche Auflast)
N_γ, N_b	[-]	Tragfähigkeitsbeiwert infolge des Bodeneigengewichts ($N_b = 2N_\gamma$)
τ'	[kN/m ²]	Effektive Scherspannung
σ'	[kN/m ²]	Effektive Normalspannung
c'	[kN/m ²]	Effektive Kohäsion
δv	[m]	Vertikale Verschiebung
δu	[m]	Horizontale Verschiebung
δw	[m]	Totalverschiebung
ψ	[°]	Dilanzwinkel des Bodenmaterials
r_0, r	[m]	Radialen der logarithmischen Spirale
Q_i	[kN/m ²]	Grundbruchwiderstand infolge verschiedener Parameter
α	[°]	Winkel des aktiven Gleitkeiles
β	[°]	Winkel des passiven Gleitkeiles
θ	[°]	Drehwinkel der logarithmischen Spirale

f, f_i	[kN/m]	Kraft bzw. Widerstand aus dem Untergrund
F_i	[kN/m ²]	Resultierende Kraft auf einer Fläche
C_i	[kN/m ²]	Resultierende Kohäsion auf einer Fläche
M_i	[kN/m]	Gesamtes Moment auf einem Punkt
l_i	[m]	Hebelarm einer Kraft
G_i	[kN/m]	Schwerkraft eines Körpers
A_i	[m ²]	Flächengröße eines Körpers
$N_{i,IM}$	[-]	Tragfähigkeitsbeiwerte nach dem Kriterium ‚Individuelles Minimum‘
$\alpha_{i,IM}$	[°]	Winkel des aktiven Gleitkeiles des maßgebenden Bruchmechanismus nach dem Kriterium ‚Individuelles Minimum‘ für verschiedene Tragfähigkeitsbeiwerte
$N_{i,GM}$	[-]	Tragfähigkeitsbeiwerte nach dem Kriterium ‚Globales Minimum‘
α_{GM}	[°]	Winkel des aktiven Gleitkeiles des maßgebenden Bruchmechanismus nach dem Kriterium ‚Globales Minimum‘
R_{IM}	[kN/m]	Gesamter Grundbruchwiderstand mit dem Kriterium ‚Individuelles Minimum‘ (Superposition)
R_{GM}	[kN/m]	Gesamter Grundbruchwiderstand mit dem Kriterium ‚Globales Minimum‘
R_{FEM}	[kN/m]	Gesamter Grundbruchwiderstand nach FEM-Berechnung
R_{KEM}	[kN/m]	Gesamter Grundbruchwiderstand nach KEM-Berechnung
$R_{s, DIN 4017}$	[kN/m]	Gesamter Grundbruchwiderstand nach DIN 4017 (Superposition)
t_G	[m]	Mächtigkeit des Gründungspolsters
b_G	[m]	Breite des Gründungspolsters
φ_2	[°]	Reibungswinkel des Füllmaterials des Gründungspolsters
γ_2	[kN/m ³]	Wichte des Füllmaterials des Gründungspolsters
φ_1	[°]	Reibungswinkel des Untergrunds

γ_I	[kN/m ³]	Wichte des Untergrunds
c_I	[kN/m ²]	Kohäsion des Untergrunds
$Q_{i,GP-I}$	[kN/m]	Grundbruchwiderstand infolge verschiedener Parameter nach dem Bruchmechanismus <i>GP-I</i> des Gründungspolsters
α_{GP-I}	[°]	Winkel des aktiven Gleitkeiles des maßgebenden Bruchmechanismus <i>GP-I</i> des Gründungspolsters
R_{GP-I}	[kN/m]	Gesamter Grundbruchwiderstand nach dem Bruchmechanismus <i>GP-I</i> des Gründungspolsters
$Q_{i,GP-II}$	[kN/m]	Grundbruchwiderstand infolge verschiedener Parameter nach dem Bruchmechanismus <i>GP-II</i> des Gründungspolsters
α_{GP-II}	[°]	Winkel des aktiven Gleitkeiles des maßgebenden Bruchmechanismus <i>GP-II</i> des Gründungspolsters
R_{GP-II}	[kN/m]	Gesamter Grundbruchwiderstand nach dem Bruchmechanismus <i>GP-II</i> des Gründungspolsters
$R_{GP-unbewehrt}$	[kN/m]	Endgültiger gesamter Grundbruchwiderstand eines Gründungspolsters
T_i	[kN/m]	Zugkraft in der Bewehrung
$T_{i,max}$	[kN/m]	Maximale Zugkraft in der Bewehrung
R_{Ai}	[kN/m]	Herauszieh Widerstand der Bewehrung
R_{Bi}	[kN/m]	Bemessungszugfestigkeit der Bewehrung
h_i	[m]	Lagerungstiefe der <i>i</i> -ter Bewehrungsanlage
ΔQ_t	[kN/m]	Gesamte Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge der Bewehrungen
$\Delta Q_{t,i}$	[kN/m]	Erhöhung des Grundbruchwiderstands infolge der <i>i</i> -ter Bewehrungsanlage
ε_i	[°]	Drehwinkel der Bewehrung zum Horizont
$R_{GP-bewehrt}$	[kN/m ²]	Gesamter Grundbruchwiderstand infolge der Bewehrungen
$R_{Bi,max}$	[kN/m]	Maximale zulässige Bemessungszugfestigkeit der Bewehrung für den analytischen Ansatz